

MATEMÁTICAS

GRADO 11°

UNIDAD N° 4

ESTADÍSTICA

LOGRO:

Reconoce e identifica las características principales de la estadística descriptiva.

INDICADORES DE LOGRO:

- ✓ Identifica las características principales de la estadística
- ✓ Reconoce las diferencias entre los conceptos de población, y muestra.
- ✓ Identifica los diferentes tipos de variables.
- ✓ Organiza los datos de una encuesta dada a través de una tabla de frecuencia
- ✓ Organiza los datos de una encuesta dada a través de graficas circulares o diagramas de barras
- ✓ Halla la moda, la media y la mediana en un grupo de datos estadísticos

¿QUÉ SON LAS ESTADÍSTICAS?



APRENDAMOS ALGO NUEVO

ESTADISTICA

La **estadística** se ocupa de recopilar datos, organizarlos en tablas y gráficos y analizarlos con un determinado objetivo.

La estadística puede ser descriptiva o inferencial. La **estadística descriptiva** tabula, representa y describe una serie de datos que pueden ser cuantitativos o cualitativos, sin sacar conclusiones. La **estadística inferencial** infiere propiedades de gran número de datos recogidos de una muestra tomada de la población.

Nosotros sólo estudiaremos la **estadística descriptiva**. En ella debemos tener en cuenta las siguientes etapas:

- a) Recolección de datos
- b) Organización de datos
 - (1) Tabulación
 - (2) Graficación
- c) Análisis y medición de datos



APRENDAMOS ALGO NUEVO

Recolección de datos

Para esta etapa tomaremos los siguientes conceptos básicos:

El concepto de Estadística es muy amplio, y sus aplicaciones directas o indirectas, muy numerosas; resulta difícil, por ello, dar una definición. Sin embargo, la idea más adecuada es considerar que incumbe a la Estadística la recogida, ordenación, resumen y análisis de datos de cualquier tipo sobre colectivos, lo que significa que no tiene sentido pensar en un dato aislado o individual como terreno de trabajo de la Estadística: es necesario, pues, considerar un grupo de elementos (personas, animales, cosas, experimentos, etc.) a los que se refieren los datos que se consideran. Este conjunto puede venir dado de dos formas que condicionan toda clasificación interna de la Estadística, y que son las siguientes:

a) **Población**, o conjunto de todos los elementos cuyo estudio nos interesa. Si se dispone de datos de una o más variables sobre la población completa, o se puede acceder a ellos, la Estadística tendrá como misión que la recogida sea adecuada, se ordenen, se estructuren y se resuman dichos datos para su mejor comprensión, es decir, que se describan. Ello nos llevará a hablar de **Estadística Descriptiva**. Por ejemplo, el conjunto de los varones mayores de 65 años y residentes en una provincia sería una población.

b) **Muestra**, o conjunto de elementos de los que efectivamente se dispone de datos, y que es una parte (a menudo pequeña) de la población. Cuando no se puede acceder a los datos de toda la población, que es lo más frecuente, y se debe trabajar con sólo los de la muestra, a la simple descripción de los datos se añade el interés por valorar hasta qué punto los resultados de la muestra son extrapolables o generalizables a la población; en consecuencia, será necesario utilizar no sólo las técnicas de la Estadística Descriptiva, siempre obligadas en todo caso para la comprensión de los resultados, sino también otras que permiten inferir afirmaciones sobre la población a partir de los datos de la muestra y que constituyen la **Estadística Inferencial** o Inferencia Estadística. Por ejemplo, el grupo de los varones mayores de 65 años y residentes en una provincia que son usuarios de bibliotecas públicas sería una muestra de la población citada en el párrafo anterior (otra cosa es que la muestra fuese o no representativa del conjunto de tal población).

Los elementos fundamentales de la descripción de una variable son los que siguen en los apartados siguientes, que se pueden resumir de esta forma:

- En primer lugar, se hará énfasis en que lo que se estudia son en realidad las variables, lo que nos obligará a distinguir los tipos básicos de ellas, porque tienen un tratamiento distinto en todo lo que sigue.
- Las distribuciones de frecuencia son necesarias en el paso siguiente para expresar los resultados obtenidos mediante tablas estadísticas.

- Las gráficas estadísticas dan una información similar a la de las tablas, pero de forma más directa; de ellas trata otro apartado.
- Finalmente, el resumen de la información se realiza mediante las medidas de centralización, dispersión y posición.

TIPOS DE VARIABLES.

Lo que se estudia en una muestra o población es una serie de variables en cada individuo o elemento. Lo usual es considerar primero las variables una a una, sin plantearse problemas de asociación entre ellas, por lo que podemos pensar sólo en una variable de cuyos datos imaginamos disponer en una muestra (el número de datos es el llamado Tamaño de Muestra, para el que habitualmente se utiliza la letra n). Los tipos de variables, y consecuentemente las clases de datos que se pueden encontrar, son básicamente las siguientes:

A) Variables **CUALITATIVAS**, también llamadas CARACTERES, VARIABLES CATEGÓRICAS o ATRIBUTOS, que son aquellas que no necesitan números para expresarse; cada forma particular en que pueden presentarse se denomina modalidad. Por ejemplo, el sexo de una persona es una variable cualitativa y "varón" o "mujer" son sus únicas modalidades. En consecuencia, para una variable cualitativa, cada dato no es más que la información de que un determinado elemento de la muestra presenta una determinada modalidad. Entre las variables cualitativas cabe distinguir:

1) las variables cualitativas **ORDINALES**, que son las que teniendo más de dos modalidades tienen establecido un orden natural entre las mismas, de forma que sus modalidades se enuncian siguiendo una cierta ordenación ascendente o descendente y no de otra manera. Por ejemplo, la variable "gravedad del pronóstico de lesiones traumáticas"

podría tener como orden natural entre sus modalidades "leve", "moderado", "grave", etc., pero nunca diríamos "grave", "leve", "moderado", etc. en este orden.

2) las variables cualitativas **PURAS**, que no tienen un orden natural preestablecido entre sus modalidades, y podemos utilizar cualquier ordenación para ellas, como por ejemplo el grupo sanguíneo o la nacionalidad de una persona (no hay que confundirse con ordenaciones arbitrarias, como el orden alfabético, pensando que convierten en ordinales a las variables, ya que no significan una verdadera ordenación natural de las modalidades).

3) las variables **DICOTOMICAS**, que tienen sólo dos modalidades posibles, y en las que ni siquiera tiene sentido plantearse si son o no ordinales; El hecho de tener sólo dos modalidades les confiere características especiales. Cabe citar como ejemplos el ya citado del sexo, el pertenecer o no a una asociación, o en general cualquier situación que sólo admita una respuesta "sí o no".

B) Variables **CUANTITATIVAS** o **NUMERICAS**, que son aquellas que necesitan números para ser expresadas, como la edad de alguien o el número de páginas de un libro. Cada forma particular en que se presentan es un valor numérico, y un dato es en estas variables un número que refleja el valor de la variable en un elemento de la muestra. También pueden distinguirse al menos dos subtipos:

1) las variables cuantitativas **DISCRETAS**, cuyos valores son aislados (habitualmente números enteros), de forma que pueden enumerarse y existen valores "consecutivos" entre los que no puede haber otro; Por ejemplo, un resumen puede tener 349 ó 350, pero no 349.17 palabras.

2) las variables cuantitativas **CONTINUAS**, que pueden tomar cualquier valor numérico, entero o decimal, de forma que teóricamente entre dos valores posibles siempre se pueden encontrar otros (entre 65.3 Kg. y 65,4 Kg. de peso siempre está 65.37 Kg., por ejemplo), aunque en la práctica el número de cifras decimales está limitado y la variable se maneja en cierto modo como discreta.



**TRABAJEMOS EN NUESTRO
APRENDIZAJE**

ACTIVIDAD:

Teniendo presente la clasificación, clasifica los siguientes atributos o variables:

1. Afiliación política de los habitantes Barbosa.
2. Cantidad de ganado vacuno en una finca.
3. Religión de los padres de familia de la vereda.
4. Ingresos de los obreros.
5. Sexo de los alumnos de una escuela.
6. Estado civil de los habitantes Barbosa.
7. Cantidad de películas nacionales estrenadas durante un año.

8. Color de cabellos de los alumnos de un curso.

9. Puntaje obtenido por los alumnos en las pruebas SABER 11.



APRENDAMOS ALGO NUEVO

ORGANIZACIÓN DE LOS DATOS

Tabulación: puede ser a través de una serie simple, con la presentación de los datos recogidos en forma de tabla ordenada, o a través de la agrupación de datos, este método se utiliza cuando el número de observaciones es muy grande.

Ejemplo:

En un curso de 40 alumnos, se desea estudiar el comportamiento de la variable estatura, registrándose los siguientes valores:

1,52	1,64	1,54	1,64	1,73	1,55	1,56	1,57	1,58	1,58
1,59	1,53	1,60	1,60	1,61	1,61	1,65	1,63	1,79	1,63
1,62	1,60	1,64	1,54	1,65	1,62	1,66	1,76	1,70	1,69
1,71	1,72	1,72	1,55	1,73	1,73	1,75	1,67	1,78	1,63



**TRABAJEMOS EN NUESTRO
 APRENDIZAJE**

ACTIVIDAD:

Completa los cuadros siguientes, ordenando los datos obtenidos.

Alumno	Talla
1	1,52
2	1,53
3	1,54
4	1,54
5	1,55
6	1,55
7	1,56
8	1,57
9	1,58
10	1,58

Alumno	Talla
11	
12	
13	
14	
15	
16	
17	
18	
19	
20	

Alumno	Talla
21	
22	
23	
24	
25	
26	
27	
28	
29	
30	

Alumno	Talla
31	
32	
33	
34	
35	
36	
37	
38	
39	
40	

Agrupación de datos por serie o distribución de frecuencias:

Se registra la frecuencia de cada valor de la variable. La frecuencia puede ser:

Absoluta (f), número que indica la cantidad de veces que la variable toma un cierto valor.

Relativa (fr), cociente entre la frecuencia absoluta de cada valor de la variable y el número total de observaciones.

Relativa porcentual que es el porcentaje de la fr

frecuencia Acumulada es la suma de los fi

acumulada porcentual, que es la suma de fr% .



**TRABAJEMOS EN NUESTRO
APRENDIZAJE**

ACTIVIDAD:

Volviendo al ejemplo anterior, completa la tabla de serie de frecuencias.

x (tallas)	Absoluta fi	Relativa fr = f/n	R. Porcentual (100.fr) %	Acumulada Fa	Ac. Porcentual Fa %
1,52	1	$1/40 = 0,025$	2,5 %	1	2,5%
1,53	1	$1/40 = 0,025$	2,5%	2	5%
1,54	2	$2/40 = 0,05$	5%	4	10%
1,55					
1,56					

1,57					
1,58					
1,59					
1,60					
1,61					
1,62					
1,63					
1,64					
1,65					
1,66					
1,67					
1,68					
1,69					
1,70					
1,71					
1,72					
1,73					
1,74					
1,75					
1,76					
1,77					

1,78					
1,79					

- ¿A cuánto es igual el total de la columna de frecuencias absolutas? ¿Por qué?

.....

- ¿A cuánto es igual el total de la columna de frecuencias relativas? ¿Por qué?

.....

- ¿Y el total de la columna de porcentajes?

.....



APRENDAMOS ALGO NUEVO

Agrupación de datos por intervalos de clase: intervalos iguales en los que se divide el número total de observaciones. Es conveniente utilizar los intervalos de clase cuando se tiene un gran número de datos de una variable continua.

¿Cómo saber cuántos intervalos considerar? ¿Cómo determinar su amplitud?

Primero debemos determinar el rango de los datos, que es la diferencia entre el mayor y el menor de los valores obtenidos.

$$\text{Rango} = x_{\text{máx}} - x_{\text{mín}}$$

➤ Calcula el rango de los datos de nuestro ejemplo.

.....

Luego debemos establecer el número de intervalos (N) y determinar la amplitud (A) de los mismos.

$$A = \text{rango} / N$$

(N tu lo eliges, pero es conveniente que no sea muy pequeño)

- Si queremos trabajar con 10 intervalos, ¿cuál es, para nuestro caso, la amplitud de cada uno de ellos? De ser necesario, podemos aproximar el valor hallado

.....

Siendo el primer intervalo [1,52 ; 1,55) completa la tabla con todos los restantes. Observa que el extremo izquierdo del intervalo se usa un corchete " [", lo que indica que tomamos este valor, en cambio en el derecho usamos ") " que nos indica que el intervalo es abierto, o sea, no se toma este valor. La **Marca de clase** es el promedio aritmético de los extremos del intervalo.

Tallas	Marca de clase (MC)	fi	fr	fr%	Fa	Fa%
[1,52; 1,55)	1,535					
[1,55 ; 1,58)	1,565					
[1,58 ; 1,61)	1,595					
Totales						



**TRABAJEMOS EN NUESTRO
 APRENDIZAJE**

ACTIVIDAD:

1. Investiga sobre el número de hermanos de cada alumno de tu curso y dispone los datos obtenidos en una serie o distribución de frecuencias.
2. Estas son las notas obtenidas por los 100 candidatos que se presentaron a un concurso:

38	51	32	65	25	28	34	12	29	43
71	62	50	37	8	24	19	47	81	53
16	62	50	37	4	17	75	94	6	25
55	38	46	16	72	64	61	33	59	21
13	92	37	43	58	52	88	27	74	66
63	28	36	19	56	84	38	6	42	50
98	51	62	3	17	43	47	54	58	26
12	42	34	68	77	45	60	31	72	23
18	22	70	34	5	59	20	68	55	49
33	52	14	40	38	54	50	11	41	76

Presenta dichos datos en una tabla de intervalos de clase.

3. En Puerto Berrio, se registra el número de nacimientos ocurridos por semana durante las 52 semanas del año, siendo los siguientes los datos obtenidos:

6	4	2	8	18	16	10	6	7	5	12	8	9
12	17	11	9	16	19	18	18	16	14	12	7	10
3	11	7	12	5	9	11	15	9	4	1	6	11
7	8	10	15	3	2	13	9	11	17	13	12	8

Confecciona una tabla de intervalos de clase.

4. Las edades de veinte chicos son 12, 13, 14, 10, 11, 12, 11, 13, 14, 12, 10, 12, 11, 13, 12, 11, 13, 12, 10 y 15. Organiza los datos en una tabla de frecuencias.
- ¿Qué porcentaje de chicos tienen 12 años?
 - ¿Cuántos chicos tienen menos de 14 años?
5. En cada día del mes de enero, en Guatapé hubo la siguiente cantidad de turistas: 12, 14, 17, 16, 19, 15, 15, 21, 24, 26, 28, 24, 25, 26, 20, 21, 34, 35, 33, 32, 34, 38, 40, 43, 41, 45, 50, 53, 58. Construye en tu cuaderno una tabla de frecuencias para estos datos.



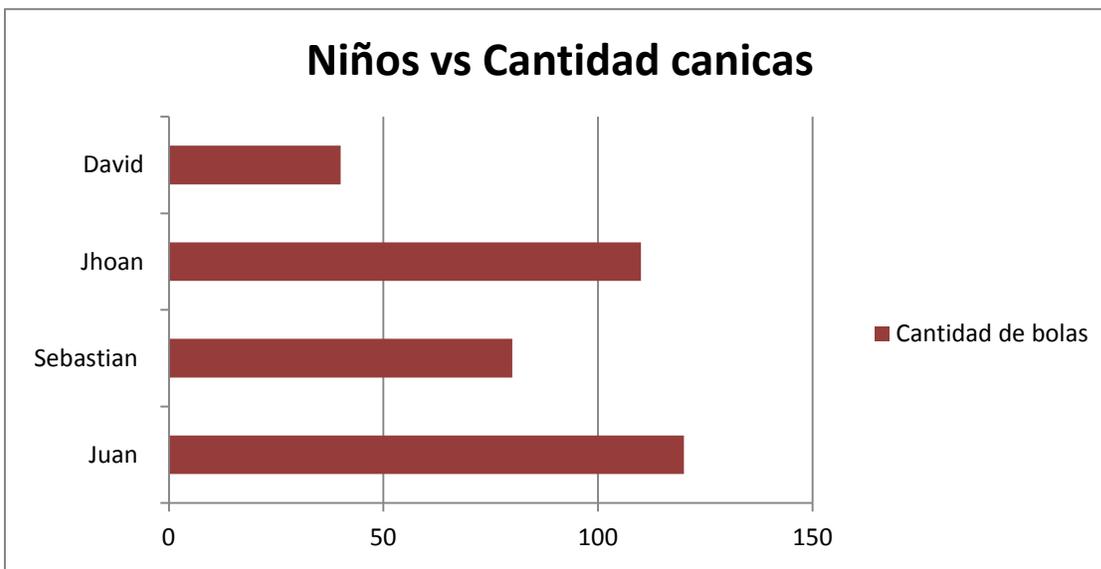
APRENDAMOS ALGO NUEVO

Gráficos: la recopilación de datos y la tabulación pueden traducirse gráficamente mediante representaciones convenientemente elegidas: barras, sectores circulares, mapas curvas, etc.

Los gráficos permiten visualizar e interpretar el fenómeno que se estudia, en forma más clara.

Las **barras** se utilizan generalmente para representar atributos cualitativos o cuantitativos discreto. La longitud es igual a la frecuencia de cada observación. Pueden ser barras simples o múltiples, según se trate de representar uno o más atributos.

Las barras pueden ser horizontales o verticales.



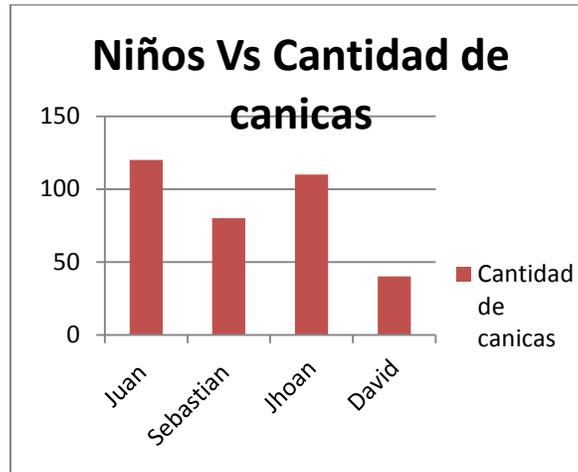
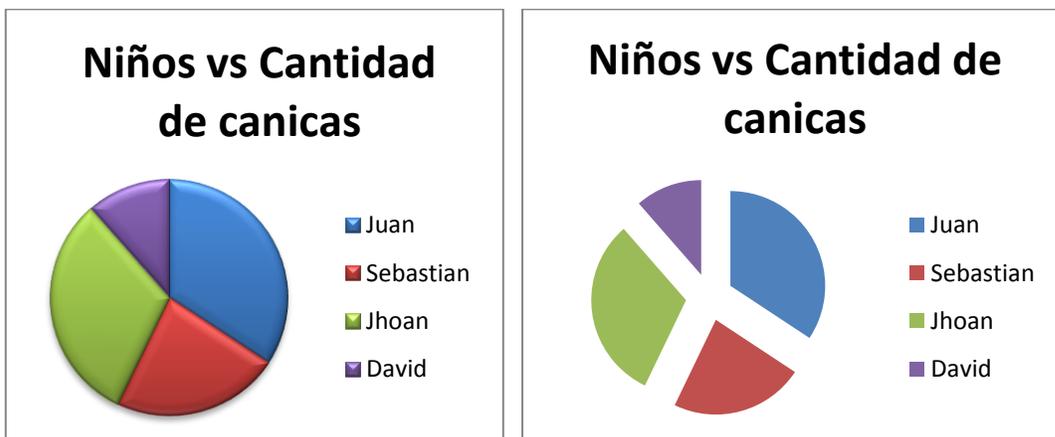


Gráfico de barras compuesto: Remuneraciones medias (año Z)

Los **gráficos circulares** o **gráficos de torta** son útiles para comparar datos pues, en general, trabajan con porcentuales. El área de cada sector representa el porcentaje que corresponde a la frecuencia de un cierto valor de la variable. Esta representación es conveniente cuando el número de sectores es pequeño y sus áreas están bien diferenciadas.



El **histograma** se utiliza para representar una tabla de frecuencias de intervalos de clase.

Sobre el eje horizontal se representan los intervalos de clase y sobre el eje vertical, las frecuencias de los intervalos.

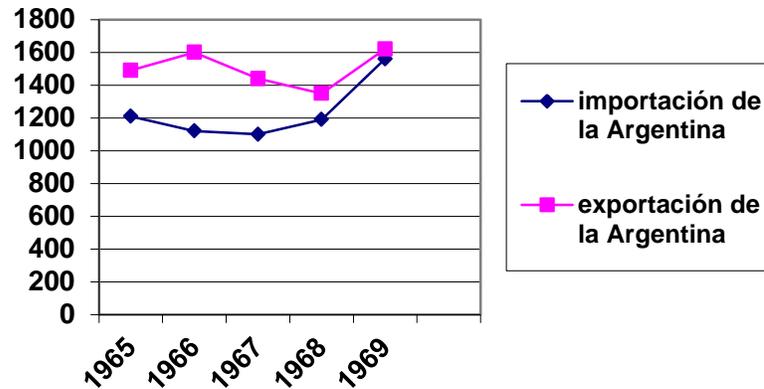
El gráfico consiste en un conjunto de rectángulos adyacentes cuya base representa un intervalo de clase y cuya altura representa la frecuencia del intervalo.

El **polígono de frecuencias** se construye uniendo los puntos medios de los lados opuestos de las bases de cada rectángulo. Si se quiere cerrar el rectángulo, se agregan dos intervalos: uno anterior y otro posterior al último y se prolonga el polígono hasta los puntos medios de estos intervalos.

Las **curvas** se utilizan generalmente para representar la variación de una variable a través del tiempo (años, meses, horas, etc.). Sobre el eje horizontal figuran los períodos de tiempo.



Variación del valor de las importaciones y exportaciones de la Argentina en millones de dólares



Estas son sólo algunas de las formas posibles de graficación y las que encontrarás con más frecuencia.



TRABAJEMOS EN NUESTRO APRENDIZAJE

ACTIVIDAD:

Construye el diagrama circular, el histograma y el polígono de frecuencias para cada una de las tablas de la actividad inmediatamente anterior; es decir:

- notas obtenidas por los 100 candidatos que se presentaron a un concurso.
- Registro del número de nacimientos ocurridos por semana durante las 52 semanas del año en Puerto Berrio.

- c) Las edades de veinte chicos
 d) Cantidad de turistas en cada día del mes de enero en Guatapé



APRENDAMOS ALGO NUEVO

Análisis y medición de datos

Para describir un conjunto de datos, se calculan algunas medidas que resumen la información y que permiten realizar comparaciones.

Medidas de tendencia central: se utilizan para encontrar un valor que represente a todos los datos. Las más importantes son: la **media aritmética**, la **moda** y la **mediana**.

MEDIA ARITMÉTICA

Normalmente se suele distinguir entre media aritmética simple y media aritmética ponderada.

Media aritmética simple: Es la suma de todos los elementos de la serie dividida por el número de ellos. Se calcula como:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^k x_i}{n}$$

Siendo:

\bar{x} : La media

$$\sum_{i=1}^k x_i : \text{Suma de elementos}$$

n : número de elementos (incluyendo a los de igual valor)

k : número de elementos con distinto valor.

Ejemplo:

Hallar la media aritmética de los siguientes valores: 5, 7, 8, 10, 15.

$$\sum x = 5 + 7 + 8 + 10 + 15 = 45$$

$$n = 5$$

$$\bar{x} = \frac{45}{5} = 9$$

Media aritmética ponderada: Por lo general, en Estadística, los datos se nos presentan agrupados mediante una distribución de frecuencias que hace que no todos los elementos de la serie tengan el mismo peso específico, y eso influye a la hora de calcular la media, por eso se llama media ponderada.

Se define como la suma de los productos de cada elemento de la serie por su frecuencia respectiva, dividida por el número de elementos de la serie.

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^k x_i \cdot n_i}{n}$$

Donde n_i es la frecuencia o número de veces que se repite un valor. También n_i puede ser la ponderación de cada valor x_i .

Ejemplos:

1. Durante el mes de octubre de 1981 los salarios recibidos por un obrero fueron:

Salario en pesos	Frecuencia en días
200.000	5
220.000	15
300.000	4

Hallar el salario medio durante ese mes.

$$\bar{x} = \frac{200.000 \times 5 + 220.000 \times 15 + 300.000 \times 4}{24} = 229166,667$$



**TRABAJEMOS EN NUESTRO
APRENDIZAJE**

ACTIVIDAD: En tu cuaderno halla la media de los siguientes problemas:

1. Si las notas de un alumno en las distintas asignaturas de un curso durante una evaluación fueron: 7; 5; 6,5; 3,7; 5, 6,2. Hallar la nota media de la evaluación. (Resp. 5,5666...)
2. La media de 6 elementos se sabe que es 10. Sabiendo que cinco de ellos son: 8, 12, 13, 5 y 9, hallar el elemento que falta. (Resp. 13)
3. Un alumno obtiene en tres exámenes parciales las siguientes notas: 7, 5 y 3; en el examen final consigue un 6. Suponiendo que esta nota final tenga doble valor que las parciales, ¿cuál será su nota media? (Resp. 5,4)
4. Si la renta anual media de los trabajadores del campo es de 1.000.000 de pesos y la renta anual media de los trabajadores de la construcción en esa población es de 1.200.000 pesos, ¿sería la renta anual media para ambos grupos de 1.100.100 pesos? Explica.



APRENDAMOS ALGO NUEVO

MEDIANA

Una vez dispuestos todos los valores que toma la variable en una serie creciente o decreciente o tabla de frecuencias, el valor central de esa serie, si existe, es la **mediana**. Así pues, la mediana deja el mismo número de valores a su izquierda como a su derecha. Cuando no existe un valor central se puede definir como la media aritmética de los valores medios.

Para su cálculo distinguiremos tres casos:

- a) Mediana de una serie con datos no agrupados.
- b) Mediana de una serie con datos agrupados por frecuencias y agrupados en intervalos.
- c) Mediana de una serie con datos agrupados sólo por frecuencias, pero sin agrupar en intervalos.

Cálculo de la mediana con datos no agrupados

Para calcular la mediana con datos no agrupados se ordenan los elementos en orden creciente o decreciente, y la mediana es el valor que ocupa el lugar $\frac{n+1}{2}$

Ejemplo:

Determinar la mediana de la serie 5, 6, 9, 11, 15, 19, 23, 26, 27. Luego de la serie 5, 7, 10, 15, 20, 21, 24, 27.

En el ejemplo anterior ocurría que la frecuencia de cada elemento era 1. Pero no siempre sucede así.

Sea ahora la serie: 3, 4, 4, 4, 6, 8 donde el elemento 4 tiene una frecuencia 3. Consideremos el intervalo que comprende cada elemento desde 0,5 unidades a la izquierda hasta 0,5 unidades a la derecha. En nuestra serie, los tres elementos 4 se distribuyen entre 3,5 y 4,5. Los representamos en el eje real de la siguiente forma:

Vemos que el valor 4,16 deja a su izquierda tres elementos (3, 4 y 4) y a su derecha otros 3 (4, 6 y 8), luego la mediana es 4,16.

De la misma forma determina la mediana de 5, 6, 8, 8, 8, 8, 10, 12, 13. (Resp. 8,125)

Cálculo de la mediana con datos agrupados

Cuando los datos conviene agruparlos por intervalos, debido al elevado número de ellos, la mediana se calcula de la siguiente forma:

1. Se calcula $n/2$.
2. A la vista de las frecuencias acumuladas, se halla el intervalo que contiene a la mediana.
3. Se calcula la frecuencia del intervalo que contiene a la mediana.
4. Se halla uno cualquiera de los límites exactos (el superior o el inferior) del intervalo que contiene a la mediana. Sabiendo que límites exactos de un intervalo $a - b$, se refiere a los números $a-0,5$ y $b+0,5$.
5. Se halla la frecuencia de los valores que quedan "por debajo" del intervalo que contiene a la mediana, o la frecuencia de los valores que quedan "por encima", y según hayamos decidido hacer, calculamos la mediana por alguna de estas dos fórmulas, respectivamente:

$$M = I + \frac{I}{f_M} \left(\frac{n}{2} - f_i \right)$$

$$M = L - \frac{I}{f_M} \left(\frac{n}{2} - f_s \right)$$

Siendo:

M: Mediana

I: Límite inferior del intervalo de la mediana.

L: Límite superior del intervalo de la mediana

I: Amplitud del intervalo de la mediana.

f_M : Frecuencia del intervalo de la mediana.

f_i : Frecuencia acumulada de los valores inferiores al intervalo de la mediana.

f_s : Frecuencia acumulada de los valores superiores al intervalo de la mediana.

n: Número total de valores.

Ejemplo 1:

Clases	Frecuencias	Frecuencias Acumuladas
118 - 126	3	3
127 - 135	5	8
136 - 144	9	17
145 - 153	12	29
154 - 162	5	34
163 - 171	4	38
172 - 180	2	40
	40	

Con los tres primeros intervalos o clases, abarcamos 17 elementos y con las cuatro primeras abarcamos 29, luego está claro que la mediana se encuentra en la cuarta clase, pues $n/2 = 20$. Entonces

$$l = 144,5 \text{ (límite inferior de la clase mediana)}$$

$$I = 9 \text{ (amplitud de cada intervalo)}$$

$$f_M = 12 \text{ (frecuencia de la clase mediana)}$$

$f_i = 17$ (frecuencia acumulada en el intervalo inmediatamente anterior al de la mediana)

$$n = 40 \text{ (número total de elementos de la serie)}$$

Luego

$$M = 144,5 + \frac{9}{12}(20 - 17) = 146,8$$

Cálculo de la mediana con datos agrupados sólo por frecuencias

Se puede decir que es un caso particular del método anterior. El procedimiento es el siguiente: Una vez calculado el número alrededor del cual se encuentra la mediana, se considera este número como centro de un intervalo de amplitud 1; a continuación se aplica la fórmula anterior para el cálculo con datos agrupados en intervalos.

Ejemplo:

x	f	f_a
1	5	5
2	7	12
3	6	18
4	12	30
5	20	50
6	15	65
7	11	76
8	6	82
9	5	87
10	2	89

$$n = 89/2 = 44,5$$

Por tanto, la mediana es un valor próximo a 5.

$$M = 4,5 + \frac{1}{20} (44,5 - 30) = 5,225$$

MODA

La moda de una serie de números es el valor que se presenta con mayor frecuencia; es decir, el que se repite un mayor número de veces. Es por tanto, el valor común.

Por ejemplo, en la serie: 2, 4, 4, 5, 5, 5, 7, 8, la moda es 5.

En una distribución puede ocurrir que haya dos o más modas, entonces se habla de distribución bimodal, trimodal, etc. Incluso puede no existir la moda, como en la serie 2, 3, 4, 5, 7, 10.

Cálculo de la moda con datos agrupados

En el caso de una distribución de frecuencias con datos agrupados, si hiciéramos una gráfica o curva de frecuencias, la moda sería el valor (o valores) de la variable correspondiente al máximo (o máximos) de la curva.

La moda se puede calcular aplicando la siguiente fórmula:

$$M_o = l + \left(\frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \right) \cdot I$$

Donde:

l : límite inferior de la clase que contiene a la moda. (Clase Modal)

Δ_1 : Diferencia entre la frecuencia de la clase modal y la frecuencia de la clase contigua inferior.

Δ_2 : Diferencia entre la frecuencia de la clase modal y la frecuencia de la clase contigua superior.

I : Amplitud del intervalo de la clase.

Ejemplo: Determinemos la moda de la siguiente distribución de frecuencias:

Clase	Frecuencia
10 - 20	11
20 - 30	14
30 - 40	21
40 - 50	30
50 - 60	18
60 - 70	15
70 - 80	7
80 - 90	3
	119

$$Mo = 40 + \frac{9}{9+12} \cdot 10 = 4,28$$



**TRABAJEMOS EN NUESTRO
 APRENDIZAJE**

ACTIVIDAD:

Hallar en tu cuaderno las tres medidas de tendencia central, media, mediana y moda, de la siguiente tabla:

Clases	n_i	f_a	d	$f \cdot d$
10 - 20	11			
20 - 30	14			
30 - 40	21			
40 - 50	30			
50 - 60	18			
60 - 70	15			
70 - 80	7			
80 - 90	3			



El equipo de marco en plena acción de trabajo y coordinación

RECOLECTEMOS LO APRENDIDO

1) Los siguientes datos numéricos corresponden a la cantidad de veces que cada alumno de un grupo ha ido a un tablado o concierto.

2 - 4 - 3 - 2 - 1 - 1 - 6 - 3 - 0 - 3 - 2 - 4 - 6 - 9 - 3 - 2 - 1 - 6

Calcula, sin tabular, Media, moda, mediana

2) En un diagnóstico de educación física se pidió a los alumnos de los grados novenos que hicieran abdominales durante 3 minutos. Se obtuvieron los siguientes resultados:

9º A: 45 38 43 29 34 60 54 27 32 33 23 34 34 28 56 62 56
57 45 47 48 54 33 45 44 41 34 36 34 54

9º B: 43 45 44 38 34 46 43 42 43 45 57 44 38 38 37 43 61
38 37 45 28 42 49 40 37 34 44 41 43

¿Cuál de los dos cursos tiene el rendimiento más parejo? ¿ qué distribución estadístico permite comparar la distribución de este tipo de datos?

3) A continuación se presentan los resultados de ambos cursos en la prueba de diagnóstico de salto largo.

9º A : 3.2 3.5 4.9 5.0 3.1 4.1 2.9 2.8 3.8 4.5 4.3 4.5 4.1 5.8
 3.9 3.6 4.2 4.6 1.9 2.8 2.9 3.3 3.9 4.2 4.1 4.3 4.6 4.4 3.8 3.6

9º B : 3.5 2.9 1.3 1.7 3.6 5.6 2.8 5.2 5.3 4.1 4.1 4.4 1.6 5.1
 4.3 5.0 5.3 3.2 2.8 2.6 5.5 5.4 4.8 4.9 4.3 2.9 3.9 5.4 5.3 4.2

- a) Calcula el promedio de ambos cursos.
- b) Construye una tabla de frecuencias para cada curso
- c)Cuál de los dos cursos tuvo un rendimiento mas parejo?

4) Se han medido 75 alumnos, en centímetros, obteniéndose los siguientes datos:

175 156 172 159 161 185 186 192 179 163 164 170 164 167
 168 174 172 168 176 166

167 169 182 170 169 167 170 162 172 171 174 171 155 171
 171 170 157 170 173 173

174 168 166 172 172 158 159 163 163 168 174 175 150 154
 175 160 175 177 178 180

169 165 180 166 184 183 174 173 162 185 189 169 173 171
 173

Agrupar estos resultados en 8 intervalos y confeccionar una tabla de frecuencias y calcular las medidas de tendencia central gráfica esta tabla.

5) A los mismos alumnos anteriores se les aplicó una prueba de inteligencia, estos han sido:

87 105 88 103 114 125 108 107 118 114 129 100 106 113
 105 111 94 115 89 82

141 92 132 112 97 135 101 104 130 99 114 91 145 95
 101 115 104 87 108 115

103 132 110 113 102 109 124 98 140 107 93 108 122 117
 114 141 116 108 102 101

118 138 99 105 112 94 96 132 118 123 108 131 127 100
 91

Agrupar los datos en intervalos de amplitud 8. y hacer lo mismo que en el problema anterior.