Franklin Eduardo Pérez Quintero
Licenciado en Matemáticas y Física
Universidad de Antioquia

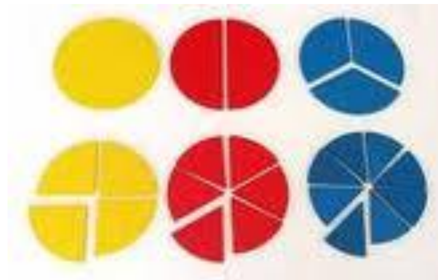
MATEMÁTICAS

UNIDAD 2

GRADO 7°

NÚMEROS RACIONALES

Franklin Eduardo Pérez Quintero
Licenciado en Matemáticas y Física
Universidad de Antioquia



LOGRO:

Reconoce la existencia de otros sistemas numéricos y sus aplicaciones y necesidad de aplicación en la cotidianidad.

INDICADORES DE LOGRO:

- Identifica la definición y notación de números racionales

- Reconoce los números naturales y enteros como un subconjunto del conjunto de los números racionales

- Identifica y realiza las operaciones básicas con los números racionales.

- Reconoce y aplica las propiedades de los números racionales

- Reconoce situaciones de la cotidianidad en las que se pueda aplicar los números racionales y resolverlos.

¿NÚMEROS RACIONALES?, ¿CUÁNTOS CONJUNTOS DE NÚMEROS HAY PUES?

Franklin Eduardo Pérez Quintero
Licenciado en Matemáticas y Física
Universidad de Antioquia

RESEÑA HISTÓRICA:

Los antiguos necesitaban medir longitudes, áreas, tiempos, peso y todo otro tipo de medidas.

Al enfrentarse a esto en la vida cotidiana, pronto descubrieron que no era suficiente poder contar con los números naturales para hacerlo de manera exacta, ya que estas medidas eran susceptibles de divisiones más pequeñas que la unidad, o divisiones mayores que la misma pero que no eran números naturales, por lo que fue necesario ampliar el concepto de número natural. Así surgieron los números racionales.
Las fracciones aparecen ya en los primeros textos matemáticos de los que hay constancia, quizás uno de los más antiguos y más importantes sea el Papiro Rhind de Egipto, escrito hacia el 1.650 A.C. y que pasa por ser la mayor fuente de conocimiento de la matemática egipcia.
En Occidente tuvieron que pasar muchos siglos hasta que los musulmanes introdujeron su sistema de numeración, conocido como indoarábigo. Este paso fue clave para la comprensión y el estudio de los números racionales en la vieja Europa
Sin embargo, no fue hasta el S. XIII cuando Leonardo de Pisa, más conocido por su apodo Fibonacci, introdujo el concepto de números quebrados o números “ruptus”, empleando además la raya para separar el numerador del denominador.
A principios del siglo XV, el árabe Al Kashi fue el que generalizó el uso de los números decimales tal y como los conocemos hoy.
A finales del siglo XVI, SimonStevin desarrolló y divulgó las fracciones decimales que se expresaban por medio de números decimales: décimas, centésimas, milésimas, etc., pero los escribía de una forma complicada; así para 456, 765 escribía 456 (0) 7(1) 6(2) 5(3).
A principios del siglo XVII, los números decimales ya aparecieron tal y como los escribimos hoy, separando con un punto o una coma la parte entera de la parte decimal. Los números decimales se impusieron, en casi todos los países, al adoptarse el Sistema Métrico Decimal, en el siglo XVIII, concretamente en 1792.

Franklin Eduardo Pérez Quintero
Licenciado en Matemáticas y Física
Universidad de Antioquia

APRENDAMOS ALGO NUEVO

Hasta el momento hemos venido trabajando con los conjuntos de los números naturales y los números enteros, sin embargo es necesario conocer que estos no son los únicos sistemas numéricos existentes y que de la misma manera que el conjunto de los números naturales está contenido en el conjunto de los números enteros, los números enteros están contenidos en otro sistema aún más completo que es el sistema de los números Reales; más detalladamente se encuentra en el siguiente esquema, la jerarquía que tienen los sistemas numéricos en general; yendo de menor a mayor desde los números enteros positivos hasta los números Reales que son los que contienen a los demás.

- **Reales**
  - **Racionales**
    - **Enteros**
      - **-**
      - **+**
    - **Fraccionarios**
      - **Comunes**
      - **Decimales**
  - **Irracionales**

En esta unidad estudiaremos lo concerniente a los números racionales pero pasando por alto los números enteros positivos (o números naturales) y números enteros negativos dado que estos han sido estudiados en la unidad 1.

Franklin Eduardo Pérez Quintero
Licenciado en Matemáticas y Física
Universidad de Antioquia

TRABAJEMOS EN NUESTRO APRENDIZAJE

ACTIVIDAD:

- ¿Qué entiendes por fracción?, si te dicen que te darán una fracción de torta, que entenderías por eso?

- ¿Cómo representarías numéricamente el hecho de que te den la mitad de una torta?

- ¿A qué te refieres cuando te preguntan la hora y dices que son las 9 y cuarto?, ¿por qué sabes que 15 minutos es un cuarto de hora?

- ¿Cómo saben que la mitad de la cancha de fútbol es ahí en el punto blanco y no más movido hacia arriba o abajo o hacia la izquierda o derecha.

Franklin Eduardo Pérez Quintero
Licenciado en Matemáticas y Física
Universidad de Antioquia

APRENDAMOS ALGO NUEVO

DEFINICIÓN DE NÚMEROS RACIONALES FRACCIONARIOS

Considérese un todo, por ejemplo, una hoja de papel, una torta, una naranja, etc.; divídase en varias partes iguales.

En cuatro partes la hoja de papel, en siete partes la torta, en dos partes la naranja.

Cada una de las partes en que está dividida la hoja de papel es una cuarta parte; las de la torta, una séptima parte, las de la naranja una mitad.

Tómense algunas de estas partes por ejemplo, 3 de papel, 4 de torta, y una de naranja.

De este modo se tienen tres cuartas partes de una hoja de papel, cuatro séptimas partes de una torta y una mitad de naranja.

Los números que representan estas cantidades (tres cuartos, cuatro séptimos, un medio) se llaman **fracciones, quebrados o números racionales**.
Se representan por medio de dos números separados por una raya horizontal " $\frac{a}{b}$ ". En este caso la representación para los ejemplos antes propuestos es: $\frac{3}{4}$de papel, $\frac{4}{7}$de torta, $\frac{1}{2}$de naranja(tres cuartos, cuatro séptimos, un medio respectivamente), es decir:

Franklin Eduardo Pérez Quintero
Licenciado en Matemáticas y Física
Universidad de Antioquia

• Se divide la hoja en 4 partes, se toman 3, se deja 1; luego: se han tomado $\frac{3}{4}$ de hoja, se ha dejado $\frac{1}{4}$ de hoja.

• Se divide la torta en 7 partes, se toman 4, quedan 7 – 4 = 3; luego: se han tomado $\frac{4}{7}$ de torta, se han dejado $\frac{3}{7}$ de torta.

• Se divide la naranja en 2 partes, se toma 1, queda 2-1=1; luego: se ha tomado $\frac{1}{2}$ de naranja, de ha dejado $\frac{1}{2}$ de naranja.

El de debajo de la barra se llama **denominador**, porque da nombre (denominar) al número racional e indica en cuantas partes se ha dividido la unidad.

El otro, situado sobre la barra, se llama **numerador**, porque da la cantidad (numerar) y expresa la cantidad de partes que se toman o se dejan.

TRABAJEMOS EN NUESTRO APRENDIZAJE

ACTIVIDAD:

De las siguientes unidades toma las partes que se te indican y representa dichas partes en forma de fracción y determina cuál es el numerador y cuál es el denominador.

- Una papaya partida en cuatro y tomo 2.
- Una piña partida en 10 rebanadas y tomo 3
- Una canasta de huevos partida en 5 partes y tomo 1

Franklin Eduardo Pérez Quintero
Licenciado en Matemáticas y Física
Universidad de Antioquia

- Una torta partida en 12 pedazos y tomo 3
- Un palo partido en 6 pedazos y tomo 5
- Un sanduche partido en 4 pedazos y tomo 4
- Un queso partido en 8 pedazos y tomo 7
- Una barra de salchichón partida en 20 pedazos y tomas 14

APRENDAMOS ALGO NUEVO

Fracciones Equivalentes.-

Son aquellas que tienen diferente forma pero el mismo valor. Para saber si dos fracciones son equivalentes, se aplica la regla del sandwich y el producto de los extremos será igual al producto de los medios.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \cdots \begin{cases} \frac{a}{b} \\ \frac{c}{d} \end{cases} \cdots (a)(d) = (c)(d)$$

ExtremosMedios

Esta regla nos ayuda a determinar en una pareja cuál de las fracciones es mayor.

Ejemplo 1:

Franklin Eduardo Pérez Quintero
Licenciado en Matemáticas y Física
Universidad de Antioquia

$\frac{3}{5} = \frac{15}{25}$ si y solo si 3 x 25 = 5 x 15, es decir, 75 = 75 por lo tanto estas dos fracciones son equivalentes

TRABAJEMOS EN NUESTRO APRENDIZAJE

ACTIVIDAD:

- Ahora en tu cuaderno escribe 5 pares de fracciones y determina si son iguales o no.
- Determina, en tu cuaderno, cuáles de los siguientes pares de fracciones son equivalentes

$$a)\cdot\frac{5}{7}\langle\frac{8}{9}\cdots b)\cdot\frac{3}{5}=\frac{6}{10}\cdots c)\cdot\frac{7}{9}\rangle\frac{6}{8}\cdots d)\cdot\frac{3}{4}\rangle\frac{2}{7}\cdots e)\cdot\frac{5}{10}=\frac{4}{8}$$

APRENDAMOS ALGO NUEVO

En caso que se tengan que comparar dos o más fracciones, éstas tendrán que tener un denominador común para poder realizar la comparación.

$$\frac{2}{5}=\frac{4}{10}=\frac{6}{15}=\frac{8}{20}\cdots\cdots\cdots M\acute{u}ltiplos\cdot de\cdot 5$$

$$\frac{3}{4}=\frac{6}{8}=\frac{9}{12}=\frac{12}{16}=\frac{15}{20}\cdots M\acute{u}ltiplos\cdot de\cdot 4$$

Para encontrar el denominador común se debe hallar el MCM (mínimo común múltiplo) entre los denominadores y a éste se le llamará el común denominador.

Franklin Eduardo Pérez Quintero
Licenciado en Matemáticas y Física
Universidad de Antioquia

Los múltiplos de un número

Si a ≠ 0, los múltiplos de a son infinitos.
Los múltiplos de un número contienen al número una cantidad exacta de veces.
Si las divisiones: a ÷ n, b÷n, c÷n son exactas, entonces a , b y c sonmúltiplos de n . a , b y c contienen a n un número exacto de veces.

Los múltiplos de un número se obtienen multiplicando dicho número por los sucesivos números naturales.

Ejemplo:

Los múltiplos de 5 son:

5 x 1 = 5, 5 x 2 = 10, 5 x 3 = 15, 5 x 4 = 20, 5 x 5 =25, 5 x 6 = 30…

Por lo tanto los múltiplos de 5 son: 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, etc.

TRABAJEMOS EN NUESTRO APRENDIZAJE

ACTIVIDAD: En tu cuaderno escribe los 10 primeros múltiplos de los 10 primeros números naturales.

Franklin Eduardo Pérez Quintero
Licenciado en Matemáticas y Física
Universidad de Antioquia

APRENDAMOS ALGO NUEVO

El M.C.M. es el número que pertenece a cada uno de los conjuntos de múltiplos de las fracciones que se quieren comparar y es el más pequeño de ellos, si volvemos al ejemplo anterior encontraremos que para comparar:

$$\frac{2}{5}=\frac{4}{10}=\frac{6}{15}=\frac{8}{20}\cdots\cdots\cdots\cdots\; Múltiplos \cdot de \cdot 5$$

$$\frac{3}{4}=\frac{6}{8}=\frac{9}{12}=\frac{12}{16}=\frac{15}{20}\cdots\cdots\; Múltiplos \cdot de \cdot 4$$

Debemos hallar los múltiplos de 5, 10, 15 y 20 en el primer ejercicio y los múltiplos de 4, 8, 12, 16 y 20 en el segundo ejercicio.

Múltiplos de 5: 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50…

Múltiplos de 10: 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100…

Múltiplos de 15: 15, 30, 45, 60, 75, 90, 105, 120, 135…

Múltiplos de 20: 20, 40, 60, 80, 100, 120, 140, 160…

Entre estos múltiplos encontramos que hay varios que se repiten en todos los denominadores, sin embargo el mínimo común múltiplo es el valor más pequeño entre estos múltiplos comunes a todos los números; por lo tanto, el M.C.M. de estos denominadores es 60.

Después de hallar este M.C.M. que es el común denominador, este valor se divide entre cada uno de los denominadores, el cociente que resulte se multiplicará por cada uno de los numeradores de las fracciones, por lo tanto

Franklin Eduardo Pérez Quintero
Licenciado en Matemáticas y Física
Universidad de Antioquia

$\frac{2}{5} = \frac{24}{60}, \ \frac{4}{10} = \frac{24}{60}, \ \frac{6}{15} = \frac{24}{60}, \ \frac{8}{20} = \frac{24}{60}$

Lo que demuestra que todas las fracciones del ejercicio son equivalentes.
En tu cuaderno debes resolver el segundo ejercicio propuesto, llevando a cabo un procedimiento similar al realizado anteriormente

AMPLIFICACIÓN DE FRACCIONES.

Una forma de hallar fracciones equivalentes a una fracción dada es multiplicando tanto el numerador como el denominador $\frac{numerador}{denominador}$ por la misma cantidad, que puede ser la que uno quiera.

Ejemplo:

$\frac{2}{5} = \frac{2x2}{5\,x\,2} = \frac{4}{10}$

$\frac{2}{5} = \frac{2x3}{5\,x\,3} = \frac{6}{65}$

$\frac{2}{5} = \frac{2x4}{5\,x\,4} = \frac{8}{20}$

SIMPLIFICACIÓN DE FRACCIONARIOS:

Otra forma de encontrar fracciones equivalentes es dividiendo el numerador y el denominador por un divisor común (si existe).

Una forma de simplificar fácilmente es descomponiendo en factores primos el numerador y el denominador, para luego cancelar los factores comunes.

Ejemplo 1:

Descompongamos si es posible las siguientes fracciones.

$\frac{10}{15}$Descompongamos en factores primos el 10 y el 15 como lo hacíamos en la unidad anterior, llegando al siguiente resultado:

$\frac{10}{15} = \frac{2 \, x \, 5}{3 \, x \, 5}$ como el 5 es un factor común entonces lo cancelamos quedando

$\frac{10}{15} = \frac{2}{3}$

Ejemplo 2:

Descompongamos en factores primos el 16 y el 36

$\mathbf{\frac{16}{36} = \frac{2 \, x \, 2 \, x \, 2 \, x \, 2}{2 \, x \, 2 \, x \, 3 \, x \, 3}}$podemos cancelar 2x2 que son factores comunes en ambos números, por lo tanto $\mathbf{\frac{16}{36} = \frac{4}{9}}$

Ejemplo 3:

$\mathbf{\frac{25}{36} = \frac{5 \, x \, 5}{2 \, x \, 2 \, x \, 3 \, x \, 3}}$como en este caso no hay múltiplos comunes entonces no se puede reducir más, por lo que podemos decir que la fracción $\mathbf{\frac{25}{36}}$es una fracción irreductible.

TRABAJEMOS EN NUESTRO APRENDIZAJE

ACTIVIDAD:

En tu cuaderno, simplifica las siguientes fracciones e identifica cuales son fracciones irreductibles.

a. $\frac{8}{12}$ b. $\frac{18}{14}$ c. $\frac{21}{35}$ d. $\frac{12}{15}$ e. $\frac{32}{48}$ f. $\frac{54}{63}$
g. $\frac{81}{108}$ h. $\frac{33}{99}$ i. $\frac{36}{108}$ j. $\frac{28}{140}$ k. $\frac{64}{144}$ l. $\frac{169}{39}$

FRACCIONARIOS HOMOGENEOS:

Decimos que dos o más fraccionarios son homogeneos cuando tienen el mismo denominador.

Ejemplo:

$\frac{3}{4}, \frac{5}{4}, \frac{7}{4}$ como todos tienen el denominador 4, entonces decimos que son fracciones homogeneas entre si.

FRACCIONARIOS HETEROGENEOS:

Decimos que dos o mas fraccionarios son heterogeneros entre si cuando tienen sus denominadores de diferente valor.

Ejemplo:

$\frac{4}{5}, \frac{2}{3}, \frac{7}{9}$

Generalmente es más fácil trabajr con fraccionarios homogeneos, entonces, cuando nos dan fraccionarios heterogeneos, los convertimos en homogeneos.

Para convertir varios fraccionarios heterogéneos a fraccionarios homogéneos seguiremos los siguientes pasos:

- Buscamos el mínimo común múltiplo (m.c.m) entre los denominadores, y éste es el denominador común.

- El común denominador lo dividimos por cada denominador y el cociente resultante lo multiplicamos por el respectivo numerador.

Ejemplo:

Expresemos las siguientes fracciones como fracciones homogéneas:

$\frac{4}{15}$ y $\frac{8}{20}$

- Primero debemos buscar el m.c.m entre los denominadores: 15 y 20 descompongamos en factores primos los denominadores

15 = 3 x 5 20 = 2 x 2 x 5
Tomemos los factores comúnes: 5
Tomemos los no comunes: 3 x 2 x 2= 12
El mínimo común múltiplo es: 5 x 12 = 60

- Dividamos el m.c.m por cada denominador y el cociente lo multiplicamos por el respectivo numerador:

$\frac{4}{15}$ ---- 60 ÷ 15 = 4 ----- 4 x 4 (numerador) = 16 ------ $\frac{4}{15} = \frac{16}{60}$

$\frac{8}{20}$ ---- 60 ÷ 20 = 3 ------3 x 8 (numerador) = 24 ------ $\frac{8}{20} = \frac{24}{60}$

Ejemplo 2: $\frac{3}{32}$ y $\frac{5}{48}$

- Primero debemos buscar el m.c.m entre los denominadores: 32 y 48 descompongamos en factores primos los denominadores:

32 = 2 x 2 x 2 x 2 x 2 48 = 2 x 2 x 2 x 2 x 3

Tomemos los factores comunes en mayor cantidad: 2 x2x 2 x 2 x 2= 32
Tomemos los factores no comunes en mayor cantidad: 3
Entonces el m.c.m de 32 y 48 es 32 x 3 = 96

- Devidamos el común denominador por cada denominador y el cociente lo multiplicamos por el respectivo numerador:

$\frac{3}{32}$ ---- 96 ÷ 32 = 3 ----- 3 x 3 (numerador) = 9 ------ $\frac{3}{32} = \frac{9}{96}$

$\frac{5}{48}$ ---- 96 ÷ 48 = 2 ------2 x 5 (numerador) = 10 ------ $\frac{5}{48} = \frac{10}{96}$

TRABAJEMOS EN NUESTRO APRENDIZAJE

ACTIVIDAD:

En tu cuaderno, convierte los siguientespares de fracciones heterogéneas en fracciones homogéneas.

a. $\frac{3}{5}, \frac{5}{6}$ b. $\frac{4}{5}, \frac{5}{11}$ c. $\frac{4}{7}, \frac{2}{9}$ d. $\frac{7}{5}, \frac{4}{3}$ e. $\frac{11}{2}, \frac{7}{6}$

APRENDAMOS ALGO NUEVO

RELACIONES DE ORDEN EN LOS FRACCIONARIOS:

Al igual que como lo estudiamos anteriormente con los números enteros, dos números fraccionarios también pueden compararse existiendo solamente tres posibles resultados:

- Que sea “mayor que” (>)
- Que sea “menor que” (<)

- O que sea "igual que" (=)

Para comparar dos fracciones es necesario convertirlas en fracciones homogeneas y la mayor será la que tenga el mayor numerador.

Ejemplo:

Si tomamos los ejemplos anterior donde concluiamos que:

$\frac{4}{15}$ ---- 60 ÷ 15 = 4 ----- 4 x 4 (numerador) = 16 ------ $\frac{4}{15} = \frac{16}{60}$

$\frac{8}{20}$ ---- 60 ÷ 20 = 3 ------3 x 8 (numerador) = 24 ------ $\frac{8}{20} = \frac{24}{60}$

Entonces podemos concluir que $\frac{8}{20} > \frac{4}{15}$

$\frac{3}{32}$ ---- 96 ÷ 32 = 3 ----- 3 x 3 (numerador) = 9 ------ $\frac{3}{32} = \frac{9}{96}$

$\frac{5}{48}$ ---- 96 ÷ 48 = 2 ------2 x 5 (numerador) = 10 ------ $\frac{5}{48} = \frac{10}{96}$

Entonces podemos concluir que $\frac{5}{48} > \frac{3}{32}$

Fraccionarios propios:

Son aquellos que tienen un numerador con menor valor absoluto que el denominador. Los fraccionarios propios tienen un valor mayor que -1 y menor que 1.

Fraccionarios iguales a la unidad:

Fraccionarios iguales a la unidad son aquellos que el valor absoluto del numerador es el mismo valor absoluto del denominador, cuando la fracción es positiva tiene un valor de 1 y cuando la fracción es negativa tiene un valor de -1.

Franklin Eduardo Pérez Quintero
Licenciado en Matemáticas y Física
Universidad de Antioquia

Fraccionarios impropios:

Son aquellos cuyo numerador tiene un valor absoluto mayor que el denominador. Los fraccionarios impropios tienen su valor menor que -1 cuando es negariva (a la izquierda de -1 en la recta numérica) o mayor que 1 cuando es positiva (a la derecha de 1 en la recta numérica).

Números mixtos:

Toda fracción impropia se puede transformar en la mezcla de un número entero y un fraccionario propio. A está expresión es a la que llamamos número mixto.
Para convertir una fracción propia en un número mixto dividimos el numerador de la fracción por el denominador: el cociente es el número entero y el residuo es el numerador de la fracción propia que tiene como denominador el mismo denominador de la función propia.

Ejemplo:
$\frac{7}{5}$es $7 \div 5$, cuyo resultado es 1 y su residuo es 2, por ende el número mixto sería $1\frac{2}{5}$

Para transformar un número mixto en un número fraccionario impropio, debemos hacer el proceso inverso, es decir: multiplicamos el entero por el denominador, al producto le sumamos el numerador y al resultado le colocamos el mismo denominador.

Ejemplo:

$1\frac{2}{5}$ multiplicamos 1 x 5 = 5, ahora a este resultado le sumamos el numerador y le ponemos el mismo denominador, por lo que: $\frac{5+2}{5} = \frac{7}{5}$

TRABAJEMOS EN NUESTRO APRENDIZAJE

ACTIVIDAD:

- En tu cuaderno inventa 10 fracciones impropias y luego conviertelas en número mixto, luego inventa 10 números mixtos y conviertelos en fracciones impropias.

- Clasifica las siguientes fracciones en propias, iguales a la unidad o impropias y si son impropias

a. $\frac{5}{4}$ b. $\frac{11}{13}$ c. $\frac{3}{3}$ d. $\frac{9}{5}$ e. $\frac{17}{15}$ f. $\frac{28}{23}$
g. $\frac{-4}{4}$ h. $\frac{16}{39}$ i. $\frac{24}{29}$ j. $\frac{-6}{23}$ k. $\frac{11}{3}$ l. $\frac{36}{7}$

APRENDAMOS ALGO NUEVO

Fracciones decimales:

Una fracción decimal básica es aquella que tiene por numerador la unidad y por denominador la unidad seguida de ceros.

Las fracciones decimales se denotan:

$\frac{1}{10}$ = 0,1 (una décima)
$\frac{1}{100}$ = 0,01 (una centesima)
$\frac{1}{1000}$ = 0,001 (una milésima)

$\frac{1}{10000}$ = 0,0001 (una diezmilesima)

Una fracción decimal es un fraccionario que tiene por denominador la unidad seguida de ceros, independientemente del valor del numerador.

Ejemplo:
$\frac{5}{10}$ = 0,5, $\frac{34}{1000}$ = 0,034, $\frac{183}{10000}$= 0,0183

Suma de números decimales:
Para sumar números decimales se establece una columna con los números que se van a sumar, teniendo en cuenta que las comas que definen al número decimal siempre quede una bajo la otra bajo la otra.

Ejemplo:

Realizar las siguientes sumas:
0,35 + 0,459, 0,98762+0,3 y 7,34576001+0,60001+1,497104

0,35 +	0,98762 +	7,34576001+
0,459	0,3	0,60001
______	_________	1,497104
0,809	1,28762	___________
	9,24287401	

Cuando vamos a sumar números negativos entre si, simplemente se suman los valores absolutos y al resultado se le pone el signo negativo.

Ejemplo:

Realizar las siguientes sumas:
(-0,35)+(-0,459)
(-0,98762)+(-0,3)
(-7,34576001)+(-0,60001)+(-1,497104)

0,35 + 0,98762 + 7,34576001+

Franklin Eduardo Pérez Quintero
Licenciado en Matemáticas y Física
Universidad de Antioquia

0,459 0,3 0,60001
_____ ________ 1,497104
-0,809 -1,28762 __________
-9,24287401

Cuando vamos a sumar números positivos con números negarivos, se toma el de mayor valor absoluto y se le resta el de menor valor absoluto y al resultado se le pone el signo de el de mayor valor absoluto.

Ejemplo:

0,371 + (-0,549)
(-0,457) + (0,2)

0,549- 0,457- en ambos casos el que tiene mayor valor
0,371 0,2 absoluto es el número negativo, por lo tanto
_____ _______ se le pone el signo – al resultado
-0,178 -0,257

TRABAJEMOS EN NUESTRO APRENDIZAJE

ACTIVIDAD:
En tu cuaderno suma los siguientes racionales decimales:

- 0,345; 5,987; 1,4
- 5,025; 13,03; 6,8
- 4,536; 2,96
- (-2,632); (-4,47); (-5,2); 3
- 4,536; (-2,96)
- 2,48; 3,54; 9,13
- 6,42; 3,54; 9,13
- 6,863; 5,4623; (-0,125)

- 4,536; 2,96
- (-0,345); (-5,987); 1,4
- 5,025; 13,03+6,8
- 10,09; (-11,32); (-13,642+6,33)

APRENDAMOS ALGO NUEVO

Multiplicación de decimales

Para multiplicar decimales, multiplicamos como si los factores fueran enteros. Luego contamos cuántos decimales suman en total entre los factores y ese número de decimales los separamos en el producto contándolos de derecha a izquierda.
Ejemplos:

Realicemos las siguientes multiplicaciones:

0,6 x 0,3 x 0,01
En primer lugar debemos multiplicar como si fueran enteros, por lo tanto: 6 x 3 x 1= 18
Contemos los decimales: uno de 0,6, uno de 0,3 y dos de 0,01, luego tenemos cuatro decimales. Ahora los contamos en el resultado, en el 18 llevamos dos, nos faltan dos que los completamos con ceros:
0,6 x 0,3 x 0,01 = 0,0018 cuatro decimales.

(-0,2)x(-0,55)x(2)
Primero contamos los signos negativos, son dos, cantidad par, por lo que el producto o resultado de la multiplicación es positivo; después multiplicamos como si fueran enteros:
2 x 55 x 2 = 220

Ahora contamos los decimales: uno de (-0,2), dos de (-0,55) y ninguno de (2), en total son 3 decimales que contamos de derecha a izquierda a partir del cero de 220:
(-0,2)x(-0,55)x(2)= 0,220 = 0,22 hay que tener en cuenta que los ceros al final del lado derecho de un número decimal no tienen ningún valor.

TRABAJEMOS EN NUESTRO APRENDIZAJE

ACTIVIDAD:
En tu cuaderno multiplica los siguientes grupos de decimales.

- 0,345; 5,987; 1,4
- 5,025; 13,03; 6,8
- 4,536; 2,96
- (-2,632); (-4,47); (-5,2); 3
- 4,536; (-2,96)
- 2,48; 3,54; 9,13
- 6,42; 3,54; 9,13
- 6,863; 5,4623; (-0,125)
- 4,536; 2,96
- (-0,345); (-5,987); 1,4
- 5,025; 13,03+6,8
- 10,09; (-11,32); (-13,642+6,33)

División de números decimales

En la división de decimales se presentan 3 casos:

- Dividir un decimal entre un entero:

Franklin Eduardo Pérez Quintero
Licenciado en Matemáticas y Física
Universidad de Antioquia

En este caso se hace la división como si fueran enteros, pero teniendo en cuenta que en el instante que se baje la primera cifra decimal, se coloca la coma en el cociente.

492,696 ÷ 6

492,696 | 6
12 | 82,
06

al bajar el 6 que es la primera cifra decimal, se coloca la coma en el cociente y continúa la división normalmente.

492,696 ÷ 6

492,696 | 6
12 | 82,116
06
09
36
0

- Dividir un entero por un decimal

Para dividir un entero por un decimal, se cuentan las cifras decimales del divisor y agregamos a la derecha del dividendo tantos ceros como cifras decimales contamos, borramos los decimales del divisor y efectuamos la multiplicación entre enteros:

Ejemplos:

604 ÷ 0,04

Primero advertimos que el divisor tiene dos cifras decimales, luego las quitamos y agregamos dos ceros al dividendo:

60400 | 4
20 | 15100
04
00

00

- Dividir un decimal por otro

Si el número de decimales es igual en el dividendo y en el divisor se hace la división normalmente entre números enteros.

Ejemplo:

0,004 ÷ 0,002
Como tienen la misma cantidad de cifras decimales entonces simplemente se quitan las cifras en ambos; por lo tanto:

4 ÷ 2 = 2

Si hay más decimales en el dividendo que en el divisor, se borran los decimales del divisor, y esa misma cantidad se borra en el dividendo y se efectúa la división como si fuera la división de un decimal entre un entero.

Ejemplo:

8,54 ÷ 4,32345
Podemos ver que el divisor tiene 5 cifras decimales y el dividendo sólo 2, entonces le quitamos dos cifras decimales a cada uno, quedando:
854 ÷ 432,345
Continuando con el procedimiento para dividir un entero entre un decimal, se deben quitar los decimales del divisor y agregar la cantidad de ceros al dividendo según la cantidad de decimales que se quiten del divisor, por lo tanto:

854000 ÷ 432345 (realizar la división)

Franklin Eduardo Pérez Quintero
Licenciado en Matemáticas y Física
Universidad de Antioquia

TRABAJEMOS EN
NUESTRO APRENDIZAJE

ACTIVIDAD:
Toma los siguientes pares de decimales y realiza la respectiva división.

- 5,987; 1,4
- 13,03; 6,8
- 4,536; 2,96
- (-26,632); (-4,47)
- 4,536; (-2,96)
- 9,13; 3,54
- 6,42; 3,54
- 6,863; (-0,125)
- 4,536; 2,96
- (-5,987); 1,4
- 13,03+6,8
- (-11,32); 10,09

APRENDAMOS ALGO NUEVO

Recordemos que en el principio de esta unidad hicimos un recuento de cómo estaban compuestos cada uno de los conjuntos numéricos:

- **Reales**
  - **Racionales**
    - **Enteros**
      - **-**
      - **+**
    - **Fraccionarios**
      - **Comunes**
      - **Decimales**
  - **Irracionales**

Hasta ahora hemos estudiado las operaciones básicas para los racionales enteros, los racionales decimales y solo nos falta estudiar las propiedades para los racionales fraccionarios y eso es lo que estudiaremos a continuación:

Adición o suma de los números racionales fraccionarios:

Existen dos posibilidades en el momento de sumar fraccionarios:

- Si los fraccionarios tienen el mismo denominador (fraccionarios homogéneos):

En este caso simplemente se pone el mismo denominador y se suman lo numeradores.

Ejemplos:

Sumar los siguientes pares de fracciones:
$\frac{3}{7}, \frac{22}{7};$ $-\frac{3}{7}, \frac{22}{7}$; $-\frac{16}{5}, \frac{9}{5}$

En el primer ejemplo simplemente se suman los numeradores y el denominador sigue siendo el mismo.
$\frac{3+22}{7} = \frac{25}{7}$

En el segundo ejemplo vemos que uno de los sumandos es negativo, en este caso se le resta el numerador que tenga menor valor absoluto al numerador que tiene mayor valor absoluto y se pone el signo del numerador que tenga un mayor valor absoluto.
$\frac{22-3}{7} = \frac{19}{7}$

En este tercer ejemplo el fraccionario negativo es mayor que el positivo, por ende se restan y se le pone el signo negativo pero quedando con el mismo denominador:
$\frac{16-9}{5} = \frac{7}{5}$

- Si los fraccionarios tienen diferente denominador (fraccionarios heterogéneos):

En este caso se debe seguir el procedimiento indicado en páginas anteriores para convertir los fraccionarios heterogéneos en fraccionarios homogéneos y luego realizar la respectiva suma.

- En caso de que la suma se realice entre un número entero y un fraccionario, simplemente se le pone el denominador 1 al número entero y se sigue el mismo procedimiento que con la suma de fraccionarios heterogéneos.

Propiedades de la suma de los números racionales:

Franklin Eduardo Pérez Quintero
Licenciado en Matemáticas y Física
Universidad de Antioquia

La suma de los números racionales cumple con las siguientes propiedades:

- CLAUSURATIVA: La suma de números racionales da como resultado otro número racional.
- CONMUTATIVA: El orden de los sumandos no altera el total o suma.
- ASOCIATIVA: Los sumandos pueden ser agrupados indistintamente y en el orden que se quiera y el resultado no varía.
- MODULATIVA: Todo número racional sumado con el cero (0) da el mismo número racional.
- INVERSO ADITIVO: Todo racional ($\frac{a}{b}$) sumado con su inverso aditivo ($-\frac{a}{b}$) da como resultado cero (0).

TRABAJEMOS EN NUESTRO APRENDIZAJE

ACTIVIDAD:

En tu cuaderno suma los siguientes fraccionarios.

a. $\frac{5}{4}$ y $\frac{7}{4}$ b. $\frac{11}{13}$ y $\frac{5}{13}$ c. $\frac{3}{3}$ y $\frac{7}{4}$ d. $\frac{9}{5}$ y $\frac{15}{2}$ e. $\frac{17}{15}$ y $\frac{3}{5}$

f. $\frac{28}{23}$ y $\frac{52}{23}$ g. $\frac{-4}{4}$ y $\frac{7}{12}$ h. $\frac{16}{39}$ y $\frac{14}{39}$ i. $\frac{24}{29}$ y $\frac{7}{29}$ j. $\frac{-8}{3}$ y $\frac{11}{21}$

APRENDAMOS ALGO NUEVO

Multiplicación de números racionales:

Para multiplicar números racionales primero es necesario contar cuántos signos negativos hay entre los factores, es decir si solo hay dos factores y uno es negativo entonces decimos que hay un solo signo negativo, en caso de que la cantidad de signos sea par, entonces el producto o resultado de la multiplicación es de signo positivo, en caso de que la cantidad de signos sea impar, entonces el producto o resultado de la multiplicación es negativo. Por último se deben multiplicar numeradores entre si, hallando el numerador del resultado y denominadores entre si, hallando el denominador del resultado.

Ejemplos:

$\frac{3}{8}$ x $\frac{4}{7}$ = $\frac{3\,x\,4}{8\,x\,7}$ = $\frac{12}{56}$ simplificando $\frac{3}{14}$

($-\frac{3}{8}$) x ($-\frac{7}{3}$) x ($-\frac{3}{2}$) para realizar esta operación debemos contar los signos negativos, como en este caso hay 3, número impar, el resultado será negativo y se realiza la multiplicación normalmente.

$-(\frac{3\,x\,7\,x\,4}{8\,x\,3\,x\,2})$ = $\frac{84}{48}$, simplificando $\frac{7}{4}$

Propiedades de la multiplicación de los números racionales:

La multiplicación de los números racionales cumple las siguientes propiedades:

Franklin Eduardo Pérez Quintero
Licenciado en Matemáticas y Física
Universidad de Antioquia

- CLAUSURATIVA: La multiplicación de números racionales da como producto otro número racional.

- CONMUTATIVA: El orden de los factores no altera el producto de la multiplicación.

- ASOCIATIVA: Los factores pueden ser agrupados indistintamente y en el orden que se quiera y el producto no varía.

- MODULATIVA: Todo número racional multiplicado con el uno (1) da el mismo número racional.

- INVERSO MULTIPLICATIVO: Todo racional ($\frac{a}{b}$) multiplicado con su inverso multiplicativo ($\frac{b}{a}$) da como resultado uno (1).

TRABAJEMOS EN NUESTRO APRENDIZAJE

ACTIVIDAD:

En tu cuaderno multiplica los siguientes pares de fracciones:

a. $\frac{5}{4}$ y $\frac{7}{4}$ b. $\frac{11}{13}$ y $\frac{5}{13}$

c. $\frac{2}{3}$ y $\frac{7}{4}$ d.$\frac{9}{5}$ y $\frac{15}{2}$

e. $\frac{17}{15}$ y $\frac{3}{5}$f.$\frac{28}{23}$ y $\frac{52}{23}$

g. $\frac{-4}{4}$ y $\frac{7}{12}$ h. $\frac{16}{39}$ y $\frac{14}{39}$

Franklin Eduardo Pérez Quintero
Licenciado en Matemáticas y Física
Universidad de Antioquia

i. $\frac{24}{29}$ y $\frac{7}{29}$ j. $\frac{-8}{3}$ y $\frac{11}{21}$

APRENDAMOS ALGO NUEVO

División de números fraccionarios:

Para dividir números racionales fraccionarios se toma el divisor y se invierten las posiciones del numerador y el denominador, quedando en el numerador el que estaba de denominador y en el denominador el que estaba de numerador; luego se multiplican el numerador del dividendo con el nuevo numerador del divisor y el denominador del dividendo con el nuevo denominador del divisor, de la misma forma como se multiplicó en la actividad anterior.

Ejemplo:

$\frac{2}{3} \div \frac{7}{4}$ ahora se invierten el numerador y el denominador del divisor.
Y se multiplica en vez de dividirlo.

$\frac{2}{3}$ x $\frac{4}{7} = \frac{2\,x\,4}{3\,x\,7} = \frac{8}{21}$

TRABAJEMOS EN NUESTRO APRENDIZAJE

ACTIVIDAD:

En tu cuaderno divide los siguientes pares de fracciones:

a. $\frac{5}{4}$ y $\frac{7}{4}$ b. $\frac{11}{13}$ y $\frac{5}{13}$

c. $\frac{2}{3}$ y $\frac{7}{4}$ d. $\frac{9}{5}$ y $\frac{15}{2}$

e. $\frac{17}{15}$ y $\frac{3}{5}$ f. $\frac{28}{23}$ y $\frac{52}{23}$

g. $\frac{-4}{4}$ y $\frac{7}{12}$ h. $\frac{16}{39}$ y $\frac{14}{39}$

i. $\frac{24}{29}$ y $\frac{7}{29}$ j. $\frac{-8}{3}$ y $\frac{11}{21}$

APRENDAMOS ALGO NUEVO

POTENCIACIÓN DE LOS NÚMEROS RACIONALES:

La potenciación es una operación que se define como un conjunto de multiplicaciones sucesivas, de tal manera que cualquier número racional $(\frac{a}{b})$ (incluyendo los números enteros) cumple con el siguiente enunciado:
Si $(\frac{a}{b})$ es un número racional y n es un número natural, entonces:
$(\frac{a}{b})^n = \{(\frac{a}{b}) \times (\frac{a}{b}) \times (\frac{a}{b}) \times (\frac{a}{b}) \ldots\}$ escribiendo $(\frac{a}{b})$ n veces.
El número racional $(\frac{a}{b})$ que se multiplica por si mismo recibe el nombre de **base**. El número de veces (n) que se repite la base recibe el nombre de **exponente.** El resultado de esta operación se le llama **potencia.**

Ejemplos:

Franklin Eduardo Pérez Quintero
Licenciado en Matemáticas y Física
Universidad de Antioquia

$(\frac{2}{3})^4$

La base es $(\frac{2}{3})$ que se multiplica 4 (exponente) veces por si misma:

$\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{16}{81}$

$4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$

Propiedades de la potenciación:

- PRODUCTO DE POTENCIAS DE IGUAL BASE:
  Para multipplicar potencias de igual base, se coloca la misma base y como exponente se escribe la suma de todos los exponentes.

  Ejemplo:

  $(\frac{2}{3})^2 \times (\frac{2}{3})^3 \times (\frac{2}{3}) = (\frac{2}{3})^{2+3+1} = (\frac{2}{3})^6 = (\frac{2}{3})\times(\frac{2}{3})\times(\frac{2}{3})\times(\frac{2}{3})\times(\frac{2}{3})\times(\frac{2}{3}) = (\frac{128}{729})$

- POTENCIA DE UNA POTENCIA:
  Para elevar una potencia a otra potencia, se coloca la misma base y se escribe como exponente el producto de los exponentes.

  Ejemplo:

  $[(\frac{3}{4})^2]^3 = (\frac{3}{4})^{2\times3} = (\frac{3}{4})^6 = (\frac{3}{4}) \times (\frac{3}{4}) \times (\frac{3}{4}) \times (\frac{3}{4}) \times (\frac{3}{4}) \times (\frac{3}{4}) = \frac{729}{4096}$

- COCIENTE DE POTENCIAS DE IGUAL BASE

  Si se tiene un cociente de potencias de igual base, se escribe la misma base y el exponente es la diferencia entre los exponentes.

  $(\frac{2}{3})^4 \div (\frac{2}{3})^2 = (\frac{2}{3})^{4-2} = (\frac{2}{3})^2 = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$

- POTENCIA DE UN PRODUCTO

Franklin Eduardo Pérez Quintero
Licenciado en Matemáticas y Física
Universidad de Antioquia

Para elevar un producto a un exponente, escribimos los factores y a cada uno le colocamos el mismo exponente.

Ejemplo:

$(\frac{1}{2} \times \frac{2}{3})^3 = (\frac{1}{2})^3 \times (\frac{2}{3})^3 = \frac{1}{8} \times \frac{8}{27} = \frac{8}{216}$

Radicación de los números racionales:

Dados dos números racionales cualquiera “a”, “b” y n un número natural, entonces la raíz enésima de **a** es **b** si y sólo si $\mathbf{b^n = a}$, se denota:

$^{n}\,\overline{a}$ = b si y solo si $b^n = a$

n= indice, si no aparece escrito , es 2

a = cantidad subradical

b= raíz

Cuando la cantidad subradical es negativa y el índice es impar, entonces la raíz es negativa.

Para extraer una raíz cualquiera descomponemos la cantidad subradical en sus factores primos , luego escribimos en forma de producto, de acuerdo con el índice formamos grupos de factores iguales, de cada grupo sale un factor. Por lúltimo multiplicamos los factores que salieron y dicho producto es la raíz.

Si uno o varios factores no pueden formar grupos (están en menor cantidadque la que indica el índice), ese o esos factores quedan dentro de la raíz.

Ejemplo:

$$\overline{225}$$

Como no está expreso el indice, se sobreentiende que es 2.

Descompongamos la cantidad subradical, 225:

Franklin Eduardo Pérez Quintero
Licenciado en Matemáticas y Física
Universidad de Antioquia

225÷3 = 75÷3 =25÷5 =5 ÷5 = 1

225= 3x3x5x5, como el índice es dos tomamos grupos de dos factores:

225= 3x3x5x5

3 x 5

De cada grupo sale un factor y los factores que salen se multiplican entre si y nos da la raiz cuadrada de 225.

$\sqrt{225}$ = 3 x 5 = 15

Para calcular la raíz enesima de un número fraccionario se calcula la raíz enesima del numerador dividida entre la raíz enesima del denominador.

Ejemplo:

$$\sqrt[4]{\frac{81}{625}}$$

También se puede escribir como: $\frac{\sqrt[4]{81}}{\sqrt[4]{625}}$

Calculando las raices individualmente

$\sqrt[4]{81}$ descompongamos el 81

81÷3=27÷3=9÷3=3÷3=1

81= 3x3x3x3(grupos de 4 porque La potencia es 4)

3

$\sqrt[4]{625}$ descompongamos el 625

625÷5=125÷5=25÷5=5÷5=1

625= 5x5x5x5

5

$\sqrt[4]{\frac{81}{625}} = \frac{3}{5}$

Franklin Eduardo Pérez Quintero
Licenciado en Matemáticas y Física
Universidad de Antioquia

TRABAJEMOS EN NUESTRO APRENDIZAJE

ACTIVIDAD:

Calcula en tu cuaderno las siguientes raices.

a. $\sqrt{\frac{144}{169}}$ b. $\sqrt{\frac{324}{225}}$

c. $\sqrt{\frac{121}{64}}$ d. $\sqrt[3]{-\frac{125}{64}}$

e. $\sqrt[3]{\frac{512}{343}}$ f. $\sqrt[4]{\frac{256}{625}}$

g. $\sqrt[4]{\frac{16}{81}}$ h. $\sqrt[5]{-\frac{32}{243}}$

Franklin Eduardo Pérez Quintero
Licenciado en Matemáticas y Física
Universidad de Antioquia

El equipo de marco en plena accion de trabajo y coordinacion

RECOLECTEMOS LO APRENDIDO

Ejercicios de operaciones con números racionales

Aquí encontrarás una notación diferente para la multiplicación (.) y una notación diferente para la división (:).

Calcula las siguientes **operaciones con números racionales**:

1 $\left(3+\frac{1}{4}\right)-\left(2+\frac{1}{6}\right)=$

2 $\frac{1}{2}:\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{3}\right)=$

3 $\left(\frac{5}{3}-1\right)\cdot\left(\frac{7}{2}-2\right)=$

Franklin Eduardo Pérez Quintero
Licenciado en Matemáticas y Física
Universidad de Antioquia

4 $\left(\frac{3}{4}+\frac{1}{2}\right):\left(\frac{5}{3}+\frac{1}{6}\right)=$

Efectúa las **divisiones de números racionales**:

1 $\dfrac{\frac{1}{2}}{3}=$

2 $\dfrac{3}{\frac{1}{2}}=$

3 $\dfrac{\frac{3}{5}}{\frac{1}{2}}=$

Realiza las **operaciones con números racionales**:

1 $\dfrac{\frac{3}{2}+\frac{1}{4}}{\frac{5}{6}-\frac{1}{3}}=$

Franklin Eduardo Pérez Quintero
Licenciado en Matemáticas y Física
Universidad de Antioquia

2 $\dfrac{-1+\dfrac{3}{4}-\dfrac{1}{3}}{2-\dfrac{1}{4}}=$

Efectúa las **operaciones con números racionales**:

$$1-\cfrac{1}{1-\cfrac{1}{1-\cfrac{1}{2}}}=$$

Ejercicios de potencias de números racionales

Realiza las siguientes operaciones con potencias de fracciones:

1 $\left(\dfrac{2}{3}\right)^{2}\cdot\left(\dfrac{2}{3}\right)^{3}=$

2 $\left(\dfrac{2}{3}\right)^{-2}\cdot\left(\dfrac{2}{3}\right)^{3}=$

3 $\left(\dfrac{2}{3}\right)^{2}\cdot\left(\dfrac{2}{3}\right)^{-3}=$

4 $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-3} =$

5 $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{-3} =$

6 $\left(\frac{2}{3}\right)^{2} : \left(\frac{2}{3}\right)^{3} =$

7 $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} : \left(\frac{2}{3}\right)^{3} =$

8 $\left(\frac{2}{3}\right)^{2} : \left(\frac{2}{3}\right)^{-3} =$

9 $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} : \left(\frac{2}{3}\right)^{-3} =$

10 $\left(\frac{3}{2}\right)^{-2} : \left(\frac{2}{3}\right)^{-3} =$

11 $\left[\left(\frac{2}{3}\right)^{2}\right]^{3} =$

12 $\left\{\left[\left(\frac{2}{3}\right)^{2}\right]^{3}\right\}^{-4} =$

13 $\left(\frac{4}{9}\right)^{-2} : \left(\frac{27}{8}\right)^{-3} =$

Halla las **operaciones** de **fracciones con potencias**:

$$\frac{\left(\frac{2}{3}\right)^{5}\left(\frac{2}{3}\right)^{0}\left(\frac{2}{3}\right)^{-3}\left(\frac{81}{16}\right)^{-2}}{\left(\frac{3}{2}\right)^{-5}\left(\frac{2}{3}\right)\left[\left(\frac{2}{3}\right)^{5}\right]^{2}\left(\frac{8}{27}\right)^{3}} =$$