

Franklin Eduardo Pérez Quintero
Licenciado en Matemáticas y Física
Universidad de Antioquia

MATEMÁTICAS

UNIDAD 3

GRADO 6°

GEOMETRÍA



LOGRO:

Estudiar, analizar y profundizar los conceptos fundamentales de la geometría, básicos para llegar a la comprensión de situaciones de la vida diaria a partir de la conversión del lenguaje natural al lenguaje de conjuntos

INDICADORES DE LOGRO:

- Reconoce los conceptos de punto, recta, plano y cuerpo.
- Reconoce ángulos y mide su amplitud.
- Nombra ángulos y triángulos según su amplitud
- Reconoce los elementos o figuras que conservan una simetría.
- Identifica las cualidades de los triángulos rectángulos
- Halla correctamente el área y el perímetro de figuras planas
- Aplica correctamente el teorema de pitagoras.
- Reconoce los diferentes tipos de polígonos regulares e irregulares.
- Identifica las partes de la circunferencia y del círculo

¿EN QUÉ SITUACIONES DE LA COTIDIANIDAD PUEDES VER FIGURAS GEOMÉTRICAS?

Reseña histórica:

En principio. La geometría estuvo directamente relacionada con la medición, como sucedió con los egipcios; después, con los griegos, se consideró una ciencia deductiva, la que mediante el razonamiento lógico demuestra la veracidad de algunas relaciones.

Otra manera de estudiarla es basándose en la observación, la experimentación y la construcción de esas figuras para llegar a algunas conclusiones.

La geometría plana es la rama de la geometría elemental que estudia las propiedades de superficies y figuras planas, como

El triángulo o el círculo. Esta parte de la geometría también se conoce como geometría euclídea, en honor al matemático griego Euclides, el primero en estudiarla en el siglo IV a.C. Su extenso tratado Elementos de geometría se mantuvo como texto autorizado de geometría hasta la aparición de las llamadas Geometrías no euclídeas en el siglo XIX.



**TRABAJEMOS EN
NUESTRO APRENDIZAJE**

ACTIVIDAD

- ¿Qué entiendes por punto?

- ¿Qué entiendes por recta?
- ¿Qué entiendes por plano?
- ¿Qué entiendes por cuerpo?
- ¿Qué entiendes por espacio?
- Compara con tus compañeros de curso las respuestas y lleguen a un consenso de las mejores según más personas estén de acuerdo.



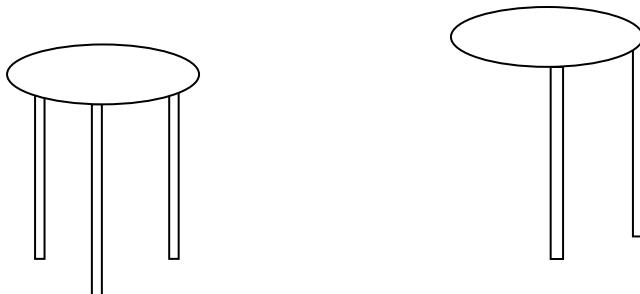
APRENDAMOS ALGO NUEVO

En geometría no se definen estas palabras porque su definición se daría una en términos de la otra empezando por la definición de punto, pero si este no se define, tampoco sería coherente definir cosas a partir de este. Más bien se estudian las propiedades que tienen, para así entenderlas; el punto que sería la parte más elemental a estudiar es una letra mayúscula.

Sin embargo, si partimos del conocimiento que todos tenemos sensorialmente de lo que es un **cuerpo**, es decir, aquello que vemos a nuestro alrededor y que podemos detectar su forma y textura como la silla en la que estamos sentados o el tablero en el que el profesor nos enseña, o el libro, o incluso algunas migas de pan o de tiza; entonces podríamos decir que **plano** es la intersección entre dos cuerpos, es

dicho, la parte que queda en contacto cuando ponemos el libro sobre la mesa, o cuando el pie toca el piso.

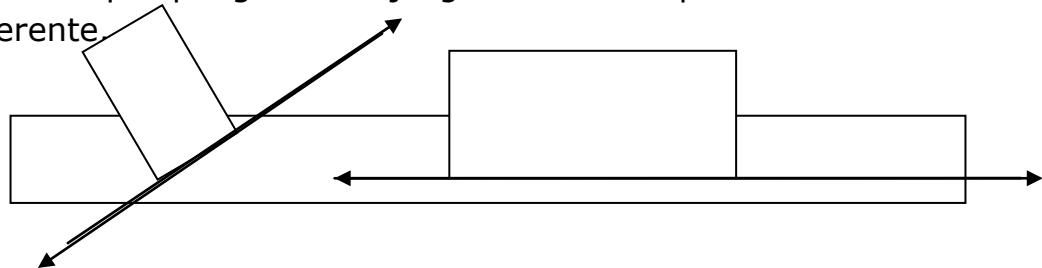
Como puedes ver, el **plano**, entonces, sería algo demasiado delgado y por lo tanto una buena representación de un plano sería una hoja de cuaderno (no olvidemos que a pesar de que tenga muy poco grosor, la podemos tocar y por ende es un cuerpo), de todas maneras es bueno aclarar que el **plano** es infinito y que cualquier dirección en la que pongas la hoja estaría representando un plano diferente.



Estos dos bancos podrían servirnos de representación de lo que es un plano. ¿en cuál de ellos te sentarías?

Pues bien, esto nos ayuda a demostrar que para que un plano exista, se necesitan al menos tres puntos, por lo tanto para denotar un **plano** se toman los tres puntos por los que está pasando, por ejemplo: el plano ABC,

Siguiendo esta secuencia podríamos definir una **recta** como la intersección entre dos planos, por ejemplo, si tomas la hoja y la pones por uno de los bordes sobre tu cuaderno, verás que la parte que queda entre ambas es una línea **recta**, aclarando que la recta es infinita (por eso las prolongaciones en las puntas de la figura siguiente) y que en cada dirección que pongas la hoja genera una representación de una **recta** diferente.





TRABAJEMOS EN NUESTRO APRENDIZAJE

ACTIVIDAD

Traza el mayor número de rectas posibles, que pasen por los siguientes puntos y di las conclusiones a las que llegas.

a)

A

b)

B^o

A
o

c)

○

B

C °



APRENDAMOS ALGO NUEVO

De lo anterior se puede concluir que por un punto pueden pasar infinitas rectas, que por dos puntos puede pasar solamente una recta y que con tres puntos se forma un plano y bien sea triangular, rectangular o circunferencial, por esos tres puntos solamente pasará un plano, como lo vimos con el ejemplo de los banquitos.

Si continuamos con nuestro razonamiento, ¿qué figura geométrica se forma en la intersección de la sobre-posición de una línea recta sobre otra?

Estos conceptos son los principales componentes de la geometría plana.

¿Qué es una semirrecta?

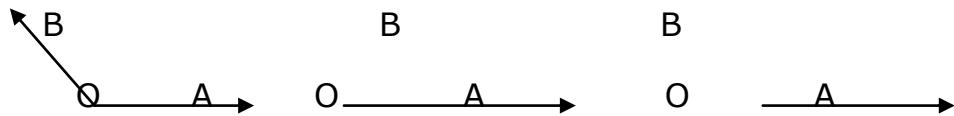
Una semirrecta es la mitad de una recta; este término se utiliza dado que se entiende que la recta está definida como infinita, en cambio la semirrecta si tiene un punto de origen conocido y pasa por un punto dado, la que pasa por el punto A, se denota OA:



¿Qué es un ángulo?

ÁNGULO

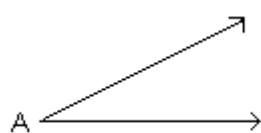
Es la figura formada por 2 semirectas que parten de un mismo punto. Las semirectas se llaman lados y el punto común vértice.



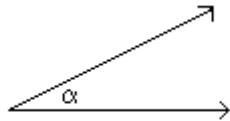
El origen común O recibe el nombre de **vértice** del ángulo y las semirrectas se llaman **lados** del ángulo.

Notación: Un ángulo se denota de la siguiente forma:

- a) Una letra mayúscula en el vértice.



- b) Una letra griega o un símbolo en la abertura.



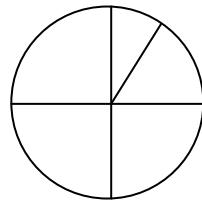
- c) Tres letras mayúsculas.



SISTEMAS DE MEDICIÓN DE ÁNGULOS

Sistema sexagesimal: Grados

Se divide la circunferencia en 360 partes iguales y cada una de estas partes constituye un grado sexagesimal.



Uno de estos grados se divide en 60 partes iguales ($60'$) que corresponden, cada una de ellas, a un minuto.

Un minuto se divide nuevamente en 60 partes iguales ($60''$) correspondiendo cada una de estas partes a un segundo.

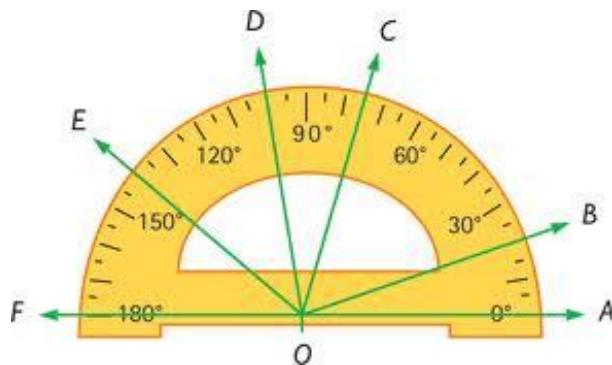
Sistema Internacional de Unidades SI: Radianes

Una circunferencia se divide 2π radianes.

$$360^\circ = 6,2836 \text{ rd}$$

$$1 \text{ rd} = 57,3 \text{ grados sexagesimales}$$

Estos dos sistemas de medida de ángulos son igualmente utilizados, pero el sistema sexagesimal nos permite medir ángulos más fácilmente a través del transportador, que es una herramienta geométrica que tiene las 360 divisiones pedidas con la intención de saber cuántos grados tiene un ángulo determinado.



Para medir los ángulos, el transportador con el número cero debe ponerse sobre una de las semirrectas que componen el ángulo, haciendo que coincidan el punto O del transportador con el origen del ángulo, así el valor del ángulo será el que la otra semirrecta del ángulo marque en el transportador.

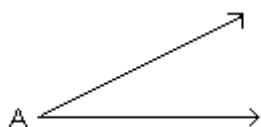


**TRABAJEMOS EN
NUESTRO APRENDIZAJE**

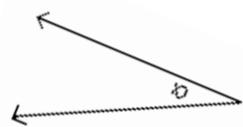
ACTIVIDAD

Con la ayuda de un transportador, determina el valor de los siguientes ángulos:

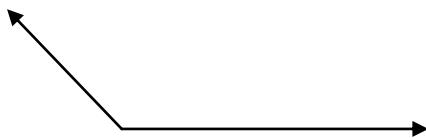
a)



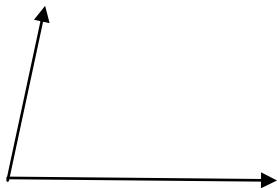
b)



c)



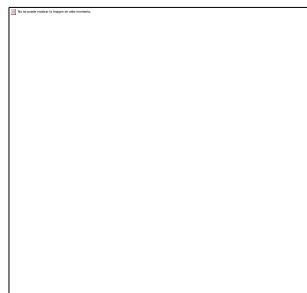
d)



APRENDAMOS ALGO NUEVO

TIPOS DE ÁNGULOS: ángulo

Los ángulos pueden clasificarse de acuerdo con el valor de su medida de la siguiente manera:



- Cóncavo $0^\circ < \square < 180^\circ$, Si el ángulo está entre 0° y 180°
- Águdo $0^\circ < \square < 90^\circ$, Si el ángulo está entre 0° y 90°
- Recto $\square = 90^\circ$, si el ángulo mide 90°
- Obtuso $90^\circ < \square < 180^\circ$, Si el ángulo está entre 90° y 180°

- Convexo $180^\circ < \alpha < 360^\circ$, Si el ángulo está entre 180° y 360°
- Extendido o llano $\alpha = 180^\circ$, si el ángulo mide 180°
- Completo $\alpha = 360^\circ$, si el ángulo mide 360°

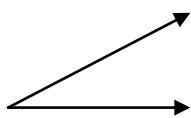


**TRABAJEMOS EN
NUESTRO APRENDIZAJE**

ACTIVIDAD

Determina el valor de cada uno de los siguientes ángulos y clasifícalos según dicho valor:

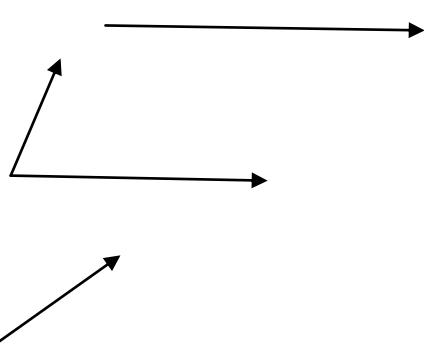
a)



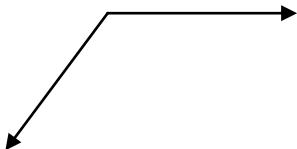
b)



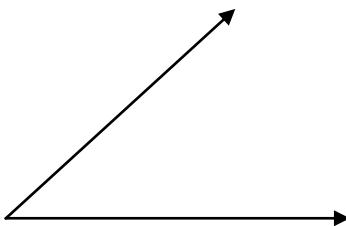
f)



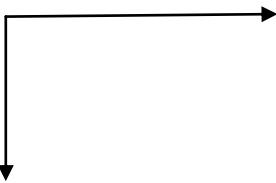
c)



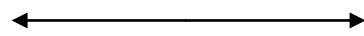
g)



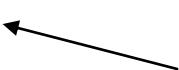
d)



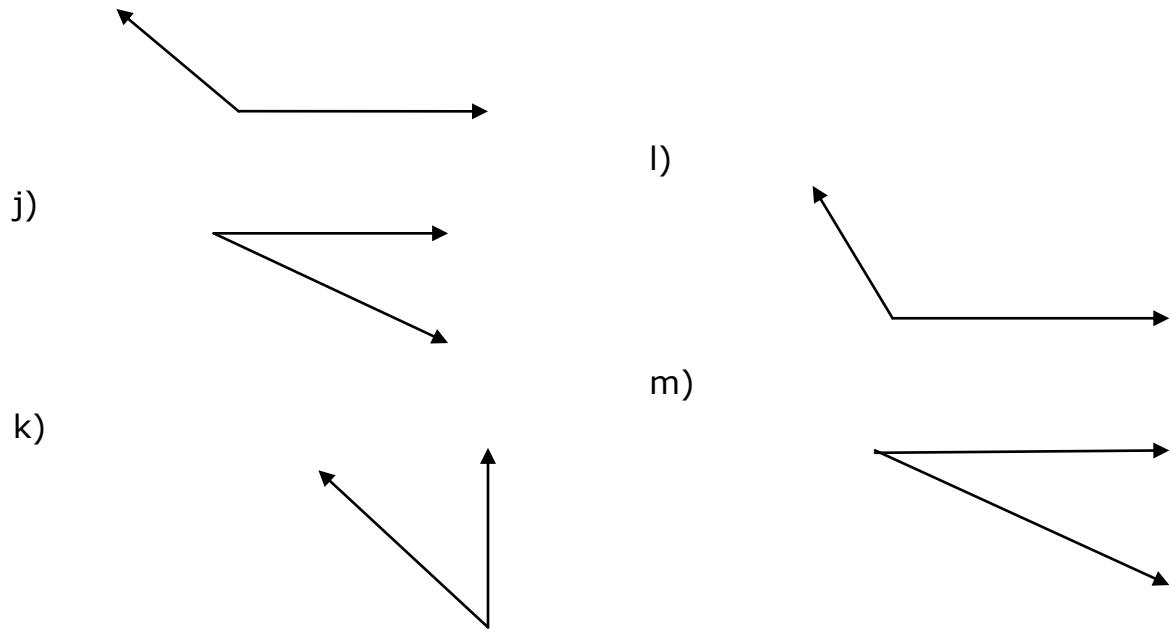
h)



e)



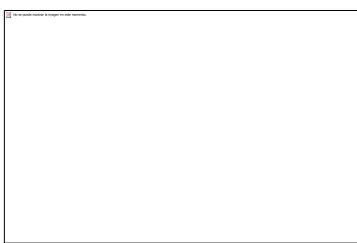
i)



**APRENDAMOS ALGO
NUEVO**

PAREJA DE ÁNGULOS

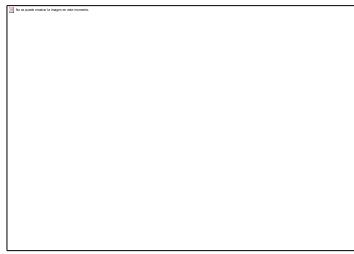
Ángulos adyacentes



Son ángulos que tienen un lado común y el mismo vértice.

BAC es adyacente con DAC

Ángulos opuestos por el vértice



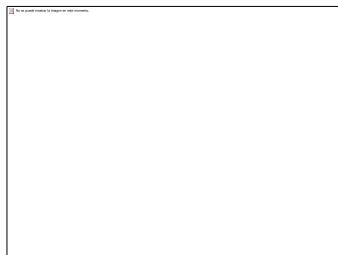
- Dos líneas que se intersectan o se cortan, generan ángulos opuestos por el vértice.
- Son ángulos no adyacentes.

$1, \angle 2, \angle 3$ y $\angle 4$

- Son ángulos iguales o congruentes:

$$\angle 1 = \angle 2 \text{ y } \angle 3 = \angle 4$$

Ángulos complementarios

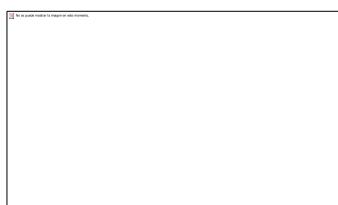


- Es un tipo especial de ángulo adyacente cuya particularidad es que suman 90° .



El $\angle BAC$ es adyacente al $\angle DAC$ y viceversa

Ángulos suplementarios



- Es un tipo especial de ángulo adyacente cuya particularidad es que suman 180° .

$$\alpha + \beta = 180^\circ$$

El $\angle BAC$ es adyacente al $\angle DAC$ y viceversa.



**TRABAJEMOS EN
NUESTRO APRENDIZAJE**

ACTIVIDAD

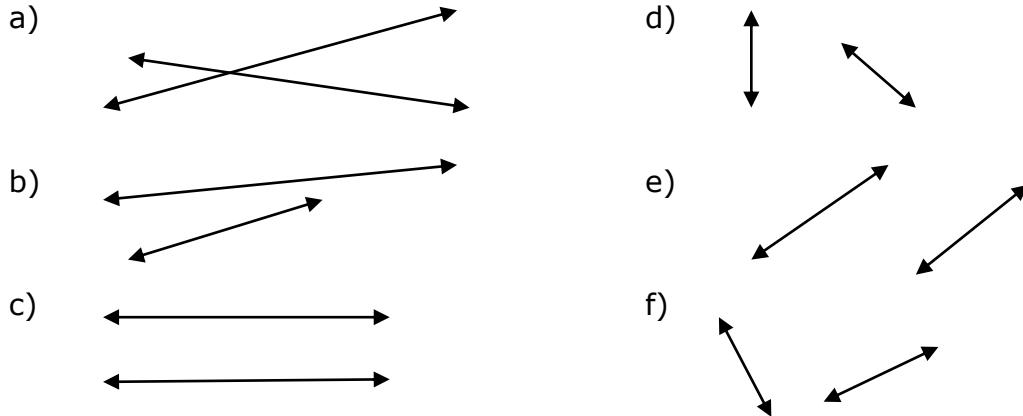
En tu cuaderno y con ayuda del transportador, dibuja 5 ángulos que sean adyacentes, 5 que sean complementarios, 5 que sean suplementarios y cinco opuestos por el vértice, en estos últimos debes confirmar que los que son opuestos por el vértice tienen la misma medida. Luego compara tus resultados con los de tus compañeros.



**APRENDEMOS ALGO
NUEVO**

POSICIÓN DE DOS RECTAS EN EL PLANO:

Observa los siguientes pares de rectas y di cuales no tienen un punto en común y cuales si lo tienen (muchas veces no está expreso, pero al prolongarlas se encuentra su punto común).



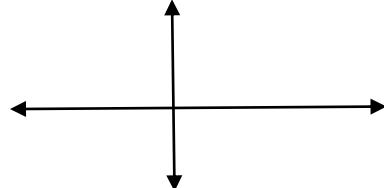
En los literales a, b, d y f las rectas tienen un punto común (prolonga las rectas de los literales b, d y f). Las rectas de cada uno de estos literales son las llamadas rectas secantes.

Rectas secantes: teniendo en cuenta el carácter infinito de las rectas, las **secantes** son aquellas que se cortan en algún lugar, es decir que ellas o sus prolongaciones tienen un punto común.

En los literales c y e vemos que por más que prolonguemos los pares de rectas, estas no se van a cortar, este tipo de recta se llaman **rectas paralelas**.

Rectas paralelas: son aquellas que ellas o sus prolongaciones no tienen un punto en común (no se cortan) ni se cortarán nunca a pesar de su carácter infinito, es decir, son rectas que tienen la misma inclinación.

Rectas perpendiculares: son las rectas secantes que forman cuatro ángulos rectos: ejemplo:





APRENDAMOS ALGO NUEVO

TRIANGULOS:

DEFINICIONES

Triángulo es un tipo de polígono (poli= muchos, gono= lados) o figura plana y cerrada que, como su nombre lo indica, tiene tres ángulos y tres lados.

El triángulo ilustrado en la figura indica:

Triángulo ABC : ABC

Lados :

Los lados se nombran con letras minúsculas iguales a las del vértice opuesto; es decir, A con a, B con b y C con c

Ángulo:

ELEMENTOS DE UN TRIÁNGULO

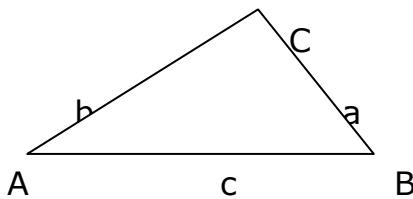
ELEMENTOS PRIMARIOS -

- Vértices: A, B, C
- Lados: a, b, c

- Ángulos:

PROPIEDADES DE SUS LADOS: a, b, c

La suma de dos de sus lados debe ser mayor que el tercero. $a + b > c$ y $a + c > b$ y $b + c > a$



La resta de dos de sus lados debe ser menor que el tercero. a

$- b < c$ y $a - c < b$ y $b - c < a$

Ejemplo:

Es posible construir un triángulo disponiendo de los lados $a = 10$ [u], $b = 5$ [u] y $c = 2$ [u] ([u] son unidades de medidas cualquiera)

Solución:

Utilizando cualquiera de las propiedades ya sea de la suma o resta es posible determinar si se puede construir un triángulo.

Seleccionando la propiedad de la suma tenemos, para los datos del problema:

Proposición	$a = 10, b = 5, c = 2$
$a + b > c, \quad a + c > b,$ $b + c > a$	$10 + 5 > 2, \text{ Verdadero}$ $10 + 2 > 5, \text{ Verdadero}$ $5 + 2 > 10, \text{ Falso}$

De la tabla se deduce que existe una condición que no se cumple.

Para que se pueda construir un triángulo todas las proposiciones deben ser verdaderas.



**TRABAJEMOS EN
NUESTRO APRENDIZAJE**

ACTIVIDAD

Dadas las siguientes medidas de los lados de un triángulo, determina por las propiedades de los lados, en cuales casos es posible construir un triángulo y en cuales no:

a) $a=3, b=4, c=5.$

b) $a=6, b=7, c=8.$

c) $a=14, b=7, c=5.$

d) $a=12, b=8, c=4.$

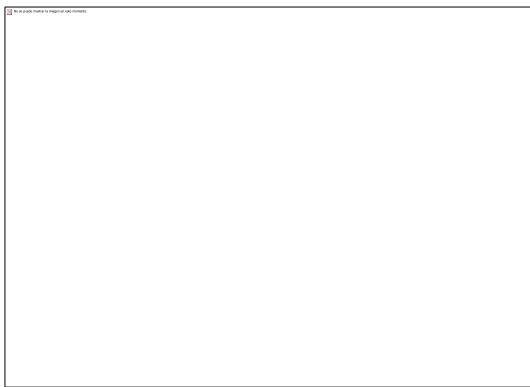
e) $a=4, b=7, c=9.$

f) $a=5, b=12, c=13.$



APRENDAMOS ALGO NUEVO

PROPIEDADES DE LOS ÁNGULOS



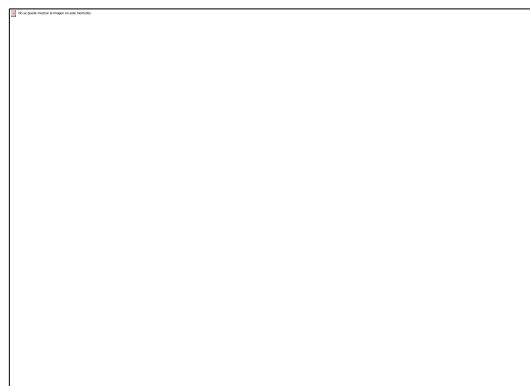
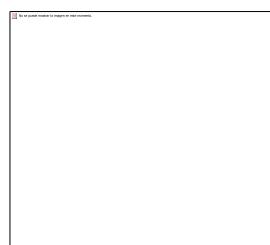
ÁNGULOS INTERNOS: α, β, γ

Si sumamos el valor de los ángulos internos α, β, γ del triángulo, el resultado es 180° .

Si sumamos el valor de los ángulos externos del triángulo, el resultado es 360° .

ÁNGULOS EXTERNOS:

Los ángulos externos son los que mostramos en la gráfica y estos cumplen que el valor de un ángulo externo es igual a la suma de los valores de los dos ángulos internos opuestos, es decir:



Ejemplo: De la figura se tiene que $\angle ACB = 120^\circ$, $\angle CBA = 40^\circ$.

Determinar los ángulos



a) Cálculo de α

$$\therefore \alpha + 40^\circ + 120^\circ = 180^\circ$$



Debido a que la suma de los ángulos internos de un triángulo es 180°

b) Cálculo de \square : $40^\circ + \square = 180^\circ$

$(\square = 140^\circ)$ $120^\circ + \square = 180^\circ$ ($\square = 60^\circ$) esto se da porque esos ángulos son suplementarios.

c) Cálculo de \square : (De ec. 3)

$$\square = 120^\circ + 40^\circ$$



debido a que un ángulo externo es equivalente a la suma de los ángulos opuestos internos.

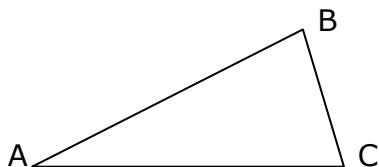


**TRABAJEMOS EN
NUESTRO APRENDIZAJE**

ACTIVIDAD

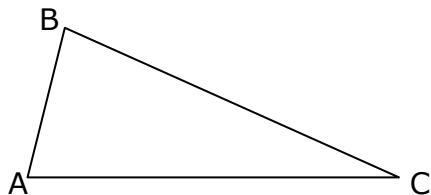
En tu cuaderno, determina el valor de los ángulos internos y externos de los siguientes triángulos:

a)



$\angle BAC = 27^\circ$, $\angle ABC = 69$

b)



$\angle BAC = 86^\circ$, $\angle ACB = 40$

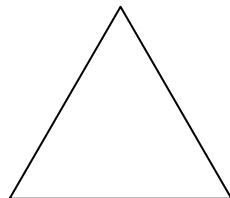


APRENDAMOS ALGO NUEVO

CLASIFICACIÓN DE LOS TRIÁNGULOS

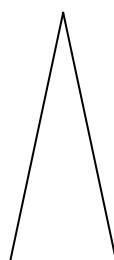
Clasificación según sus lados (a, b, c)

Equilátero: Todos los lados iguales $a = b = c$

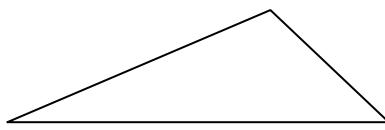


Isósceles: Un lado distinto
 sus ángulos internos también cumplen lo mismo

Ejemplos: $a = b$ c por lo tanto

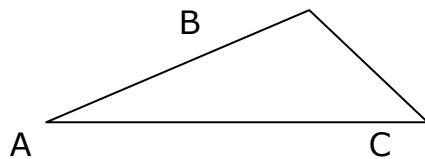


Escaleno: Todos los lados desiguales $a \neq b \neq c$, lo que implica también que sus ángulos sean diferentes entre sí

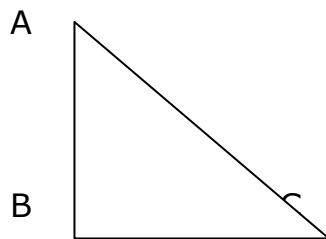


Clasificación según sus ángulos interiores () o ($\angle BAC$, $\angle ACB$, $\angle ABC$)

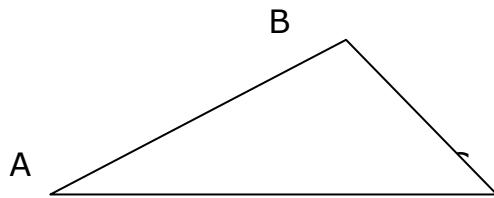
Acutángulo: Tres ángulos agudos (menores de 90°) $\angle BAC$, $\angle ACB$, $\angle ABC < 90^\circ$



Rectángulo: Un ángulo recto Ejemplos: $\angle ABC = 90^\circ$



Obtusángulo: Un ángulo obtuso Ejemplos: $\angle ABC > 90^\circ$





TRABAJEMOS EN NUESTRO APRENDIZAJE

ACTIVIDAD

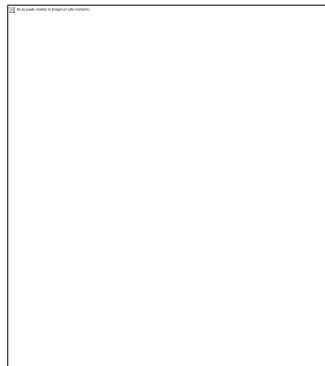
En tu cuaderno, dibuja tres representaciones gráficas de cada uno de los tipos de triángulo según sus clasificaciones por lados y por ángulos.



APRENDAMOS ALGO NUEVO

ELEMENTOS SECUNDARIOS DE UN TRIÁNGULO

ALTURAS (h)



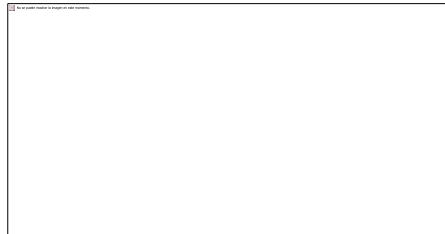
- Un triángulo posee tres alturas h_a , h_b , h_c .

La altura se obtiene al trazar una línea perpendicular (que forme un ángulo recto) desde el vértice al lado opuesto o a la prolongación de

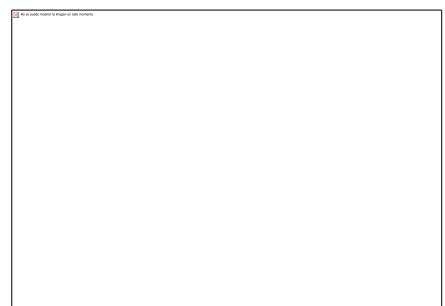
éste.

Las alturas concurren a un mismo punto llamado **ortocentro** (H)

Si el triángulo es Acutángulo como en la figura anterior, entonces el ortocentro H se ubica dentro del triángulo.



Si el triángulo es rectángulo, el ortocentro H se ubica en vértice C.



Si el triángulo es obtusángulo, el ortocentro H está ubicado fuera del triángulo, ya que es necesario sacar las prolongaciones de las alturas.

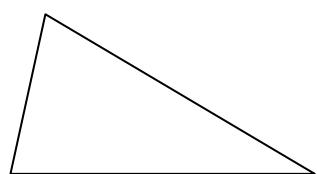


**TRABAJEMOS EN
NUESTRO APRENDIZAJE**

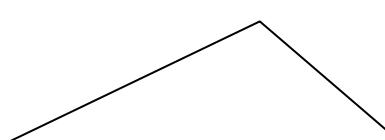
ACTIVIDAD

Trazar las alturas de los siguientes triángulos y nombrar los triángulos según sus lados y ángulos.

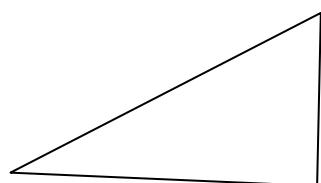
a)



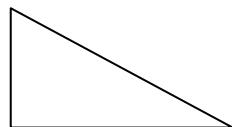
b)



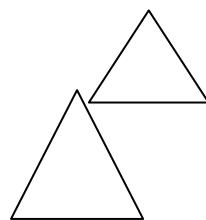
c)



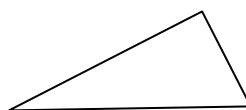
d)



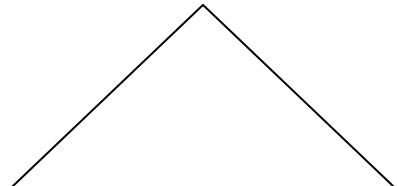
e)



g)

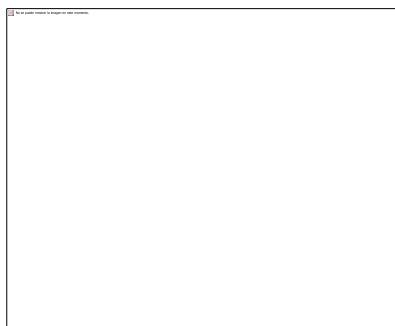


h)



**APRENDAMOS ALGO
NUEVO**

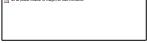
TRANSVERSALES DE GRAVEDAD (t)

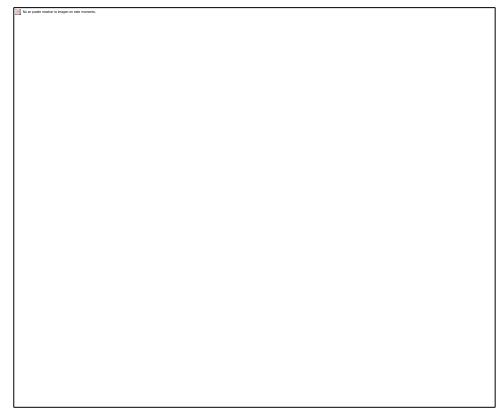


Una transversal de gravedad une un vértice con el punto medio del lado opuesto.

Concurren a un mismo punto, denominado centro de gravedad del triángulo (T)

T se ubica siempre dentro del triángulo.

En la transversal de gravedad se cumple: 



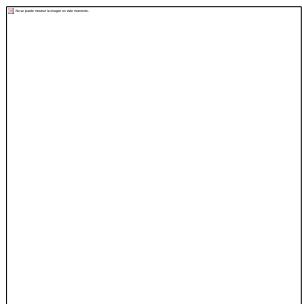
Bisectriz (b)

Las bisectrices dividen cada ángulo interno por la mitad.

Todas las bisectrices concurren a un mismo punto que es el centro de una circunferencia inscrita, es decir, si te paras en este punto puedes trazar una circunferencia que queda totalmente metida en el triángulo.

Este punto se denomina incentro. (P)

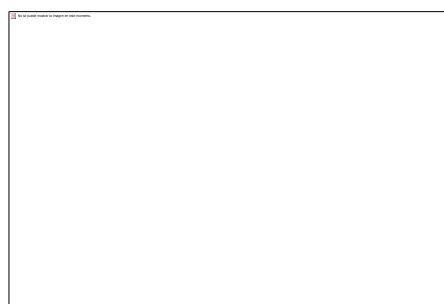
Simetral (S)



Las simetales son las perpendiculares trazadas en los puntos medios de los lados.

Las tres simetrales concurren a un punto que es el centro de la circunferencia circunscrita, es decir que si te paras en este punto y a partir de él trazas una circunferencia, el triángulo quedará totalmente metido en ella. A este punto se le denomina circunscenetro.

Mediana



Las medianas unen los puntos medios de los lados.

Las áreas de cada triángulo parcial obtenido al trazar las medianas, son iguales y cuatro veces menor que el área del $\triangle ABC$.

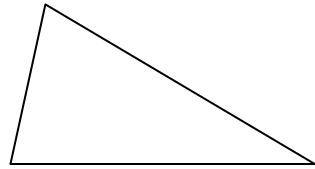


**TRABAJEMOS EN
NUESTRO APRENDIZAJE**

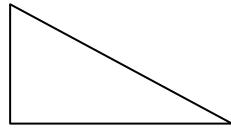
ACTIVIDAD

En los siguientes triángulos debes trazar las transversales de gravedad, bisectrices, simétricas y medianas ubicando los puntos en los que se encuentran cada una de ellas.

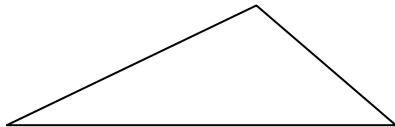
i)



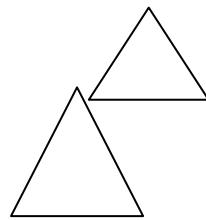
l)



j)

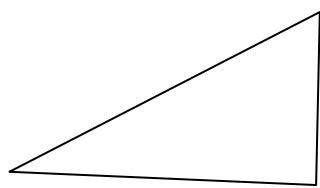


m)

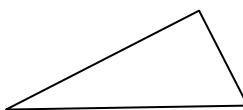


n)

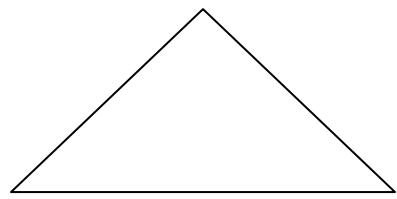
k)



o)



p)





APRENDAMOS ALGO NUEVO

ÁREAS EN TRIÁNGULOS

A : Área ; alturas : ha, hb, hc ; lados : a, b, c

Fórmula general

$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$

Ejemplo 1: Calcular el área de un triángulo sabiendo que la altura en B es igual a 20 metros y la base $\boxed{}$ es 10 metros.

Solución:

No se puede calcular el área con la información existente debido a que la altura ($hb = 20$ metros) y la base ($c = \boxed{} = 10$ metros) conocida no son compatibles para el cálculo del área.

Ejemplo 2: Calcular el área de un $\triangle ABC$ cuya altura en C es igual a 3 metros y de base $\boxed{} = 5$ metros.

Solución:

Reemplazando:



**TRABAJEMOS EN
NUESTRO APRENDIZAJE**

ACTIVIDAD

Calcular el área de los triángulos que se especifican a continuación, si es posible:

a) $h_c = 8$, lado AB=7

b) $h_b = 8$, lado BC=9

c) $h_c = 8$, lado CB=3

d) $h_a = 8$, lado BC=14

e) $h_b = 8$, lado AC=11

f) $h_a = 8$, lado AB=13

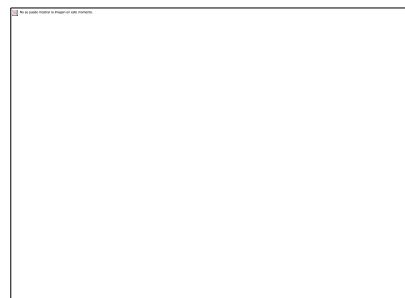
g) $h_c = 8$, lado AB=12

h) $h_a = 8$, lado BC=8



APRENDAMOS ALGO NUEVO

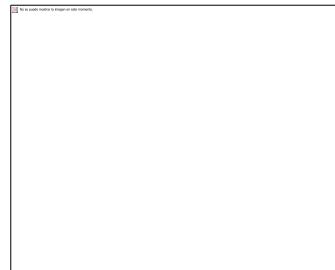
PERÍMETRO EN TRIÁNGULOS



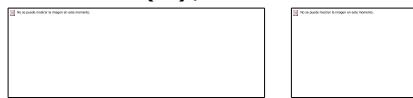
P : Perímetro es la suma de todos sus lados.

$$P = a + b + c$$

ÁREA Y PERÍMETRO EN TRIÁNGULOS EQUILÁTEROS



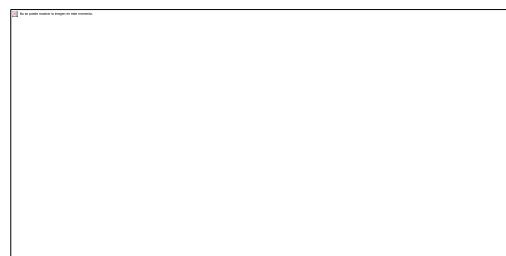
Área (A), altura (h), Perímetro (P)



$$P = 3a$$

En un triángulo equilátero coinciden las: alturas, bisectrices, transversales de gravedad y simétricas en el mismo punto.

TRIÁNGULO RECTÁNGULO



Área : A

Catetos : a y b

Hipotenusa : c

Perímetro : P

Área de un triángulo rectángulo

La fórmula de cálculo de área , cuando se habla de triángulos rectángulos, también se puede expresar como:



Teorema de Pitágoras

Este teorema relaciona todos los lados de un triángulo rectángulo.

$$a^2 + b^2 = c^2 \text{ o también, } (\text{cat}_1)^2 + (\text{cat}_2)^2 = (\text{hip})^2$$

Ejemplo 1:

Dado un triángulo rectángulo cuyos catetos miden 3 m y 4 m respectivamente, ¿cuál es el valor de la hipotenusa?, ¿cuál es el área del triángulo?

Solución:

$$(\text{cat}_1)^2 + (\text{cat}_2)^2 = (\text{hip})^2$$

Entonces

$$3^2 + 4^2 = (\text{hip})^2$$

$$9+16 = (\text{hip})^2$$

$$25 = (\text{hip})^2$$

$$5 = \text{hip}$$



$$A = \frac{3*4}{2} = 6 \text{ m}^2$$



**TRABAJEMOS EN
NUESTRO APRENDIZAJE**

ACTIVIDAD

Resolver los siguientes triángulos rectángulos encontrando su área, hipotenusa y catetos, según los datos dados:

a) $\text{cat}_1 = 8, \text{cat}_2 = 12$

b) $\text{hip} = 10, \text{cat}_1 = 8$

c) $\text{cat}_1 = 5, A = 15$

d) $\text{cat}_2 = 8, \text{cat}_1 = 20$



APRENDAMOS ALGO NUEVO

POLIGONOS

Poli significa muchos o varios y gonos significa lados, de donde se puede intuir que empezaremos a trabajar las figuras de varios lados, diferentes de los triángulos que acabamos de terminar de estudiar.

Los polígonos pueden ser:

- IRREGULARES: Sus lados tienen distintas medidas o ángulos internos con distintas medidas.
- REGULARES: Sus lados tienen medidas iguales y los ángulos internos tienen medidas iguales.

<u>NÚMERO DE LADOS</u>	<u>NOMBRE</u>
3	Triángulo
4	Cuadrilátero
5	Pentágono
6	Hexágono
7	Heptágono
8	Octágono
9	Nonágono
10	Decágono

DIAGONALES: las diagonales son las líneas que unen dos vértices no consecutivos en un polígono.

Para cualquier polígono, la fórmula para hallar la cantidad de diagonales

que posee es:



Ejemplo:

Determinar la cantidad de diagonales que posee un polígono de 28 lados.

En este caso $n = 28$, luego



Un polígono de 28 lados posee 350 diagonales.

ÁNGULOS INTERNOS: Sólo para polígonos regulares, la fórmula para

hallar la medida de cada ángulo interno es:



Suma de ángulos internos: Para cualquier polígono la suma de sus ángulos internos es:

$$180(n - 2)$$

NOTA: La fórmula anteriormente entregada no necesita la hipótesis de polígono regular.



**TRABAJEMOS EN
NUESTRO APRENDIZAJE**

ACTIVIDAD

Utilizando la información anterior, debes hallar cuántas diagonales tienen los siguientes polígonos y el valor de sus ángulos internos.

- a) 36 lados
- b) 55 lados
- c) 48 lados
- d) 100 lados
- e) 12 lados
- f) 4 lados
- g) 3 lados



APRENDAMOS ALGO NUEVO

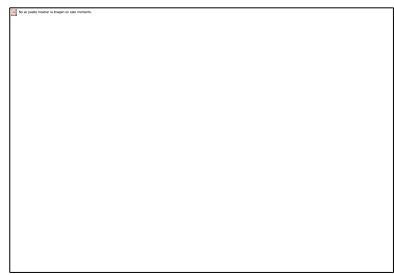
Cuadrilátero es un tipo de polígono (o figura plana cerrada) que tiene cuatro lados.

Clasificación de cuadriláteros:

Paralelogramos

Trapecios

Trapezoides



Vértices : A, B, C, D

Lados : a, b, c, d

Ángulos :

Diagonales : e, f



CLASIFICACIÓN PARALELOGRAMOS: TIPOS

FIGURA: Dos pares de lados paralelos (a y c) (b y d)

Cuadrado Rectángulo Rombo Romboide



CLASIFICACIÓN TRAPECIOS: TIPOS : Un par de lados paralelos (a y d)

Trapecio escaleno:



Distintas medidas en los lados no paralelos ($b \neq c$)

Trapecio isósceles:



Igual medida en los lados no paralelos ($b = c$)

Trapecio rectangular:



Un lado no paralelo perpendicular a la base

CLASIFICACIÓN TRAPEZOIDES: TIPOS Sin lados paralelos

Trapezoide asimétrico:



Cuatro lados desiguales

Trapezoide: (deltoid)



Posee dos pares de lados iguales pero no paralelos.

CUADRADO: PARALELÓGRAMO



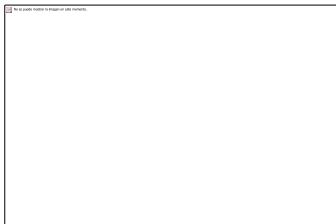
e f (diagonales del cuadrado)

$$e = f = a$$

Las diagonales son bisectrices.

Los cuatro triángulos internos son rectángulos isósceles y tienen igual área y perímetro (iguales)

RECTÁNGULO: PARALELÓGRAMO



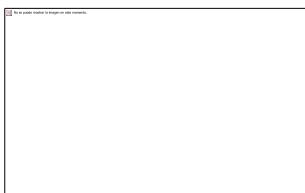
e no es perpendicular con f

$$e = f = \boxed{}$$

Las diagonales no son bisectrices.

Posee dos pares de triángulos iguales.

ROMBO: PARALELOGRAMO



$$e \perp f$$

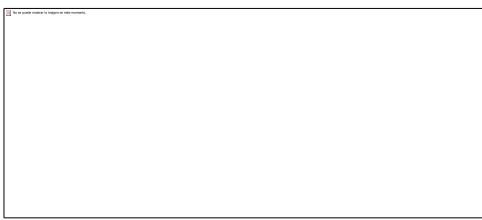
$$e \neq f$$

Las diagonales son bisectrices



Los cuatro triángulos internos son iguales en área y perímetro

ROMBOIDE: PARALELOGRAMO



e no es perpendicular con f

$$e \neq f$$

Las diagonales no son bisectrices.



Posee dos pares de triángulos iguales.

TRAPECIO ISÓSCELES: PARALELOGRAMO



e no es perpendicular con f

$$e = f$$

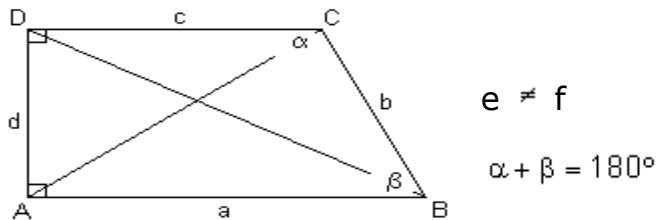
Las diagonales no son bisectrices.

$$\alpha + \beta = 180^\circ$$

$$AE = EB, ED = EC, EG = 2EF$$

El trazo FG (perpendicular a las bases divide a cada base en la mitad)

TRAPECIO RECTÁNGULO: PARALELÓGRAMO



Las diagonales no son bisectrices ni perpendiculares.

TRAPEZOIDES: PARALELÓGRAMO

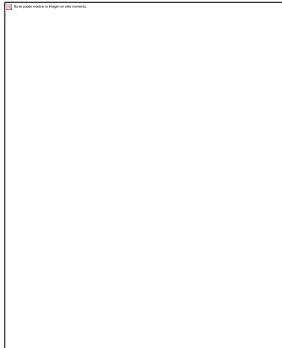


No posee paralelismo.

Tiene dos diagonales.

La suma de los ángulos internos es 360°

CIRCULOS:



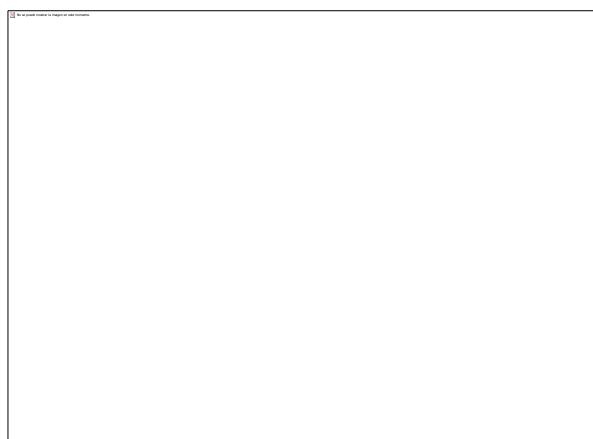
Es el lugar geométrico de todos los puntos que conforman esta figura y que equidistan de un punto llamado centro de la circunferencia; la circunferencia se refiere a todo el borde de la figura.



El círculo representa la zona encerrada, es decir, todo lo que está por dentro de la **circunferencia** o zona delineada.

El contorno de esta figura plana es la circunferencia.

ELEMENTOS DE UNA CIRCUNFERENCIA



ELEMENTOS DE UN CÍRCULO



Área (A)

Circunferencia

No tiene área

Perímetro (P)



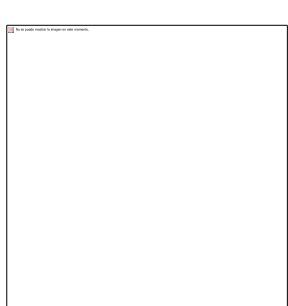
(R: radio)

Círculo



(R: radio)

ÁREA DE UN SECTOR CIRCULAR



α en grados sexagesimales

α : ángulo del centro

Arco (a) : Representa una fracción del perímetro.



α en grados sexagesimales

α : ángulo del centro



El equipo de marco en plena acción de trabajo y coordinación

RECOLECTEMOS LO APRENDIDO

Hallar el área y el perímetro de las siguientes figuras planas:

- a) Círculo de radio 5
- b) Triángulo rectángulo de hip=5, cat1=4
- c) Circunferencia de radio 10
- d) Círculo de radio 10
- e) Triángulo hc=8 y AB= 5
- f) Cuadrado de lado 4
- g) Cuadrado de lado 7
- h) Triángulo equilátero de lado 5
- i) Triángulo isósceles de lados a=8, b=8, c=4
- j) Sector circular de radio 5 y ángulo 15° .
- k) Sector circular de radio 10 y ángulo de 123° .
- l) Sector circular de radio 10 y ángulo 360° .